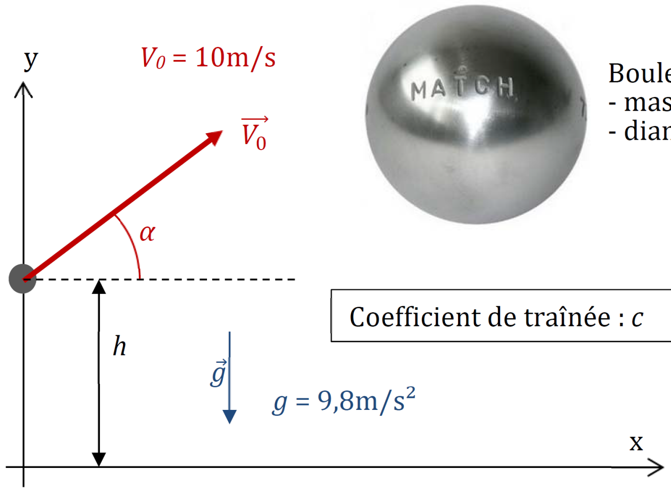
Résolution d'équation $f(x) = 0$
Tir de pétanque

1 Présentation du problème

On considère dans cette application l'étude de trajectoire d'une boule de pétanque. On considère ici un tir tendu à 30° comme défini sur la figure ci-dessous.



Boule :
- masse M
- diamètre d

Coefficient de traînée : c

Données :
M = 0,7 kg
d = 70mm
c = 0,47
$\alpha = \pi/6$
h = 1,5m

Les frottements de l'air sont pris en compte et génèrent une force de frottement proportionnelle au carré de la vitesse :

$$F = \frac{1}{2}\rho c S V^2$$

Cette force est alors fonction du coefficient de traînée c, de la masse volumique de l'air ρ que l'on prendra égale à 1,2 kg.m^{-3} (conditions à 22°C et 1013 hPa), de la surface projetée de la boule S.

Dans la suite on notera $k = \frac{1}{2}\rho c S$.

Le principe fondamental de la dynamique appliquée à la boule de pétanque donne :

$$M\vec{a} = M\vec{g} - \vec{F}$$

Après résolution, on peut en déduire les 2 systèmes d'équations horaires pour la position sur chaque axe :

$$x(t) = \frac{M}{k} \ln\left(\frac{kV_0 t\cos\alpha + M}{M}\right)$$

$$y(t) = h + \frac{M}{k} \ln\left(\cos\left(\sqrt{\frac{gk}{M}}t - \arctan\left(\sqrt{\frac{gk}{M}}V_0 \sin\alpha\right)\right)\right) - \frac{M}{2k}\ln\left(\frac{Mg}{k.(V_0\sin\alpha)^2 + Mg}\right)$$

Si on néglige les forces de frottements de l'air sur la boule, on aboutit aux équations simplifiées suivantes :

$$x(t) = V_0 t\cos\alpha$$

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\sin\alpha$$

2 Travail demandé

Activité 1

- À partir des données numériques fournies, déterminer en utilisant la méthode de Newton (`newton2`), la position x_0 du point d'impact sur le sol dans le cas où l'on néglige la force de frottement de l'air sur la boule.

Activité 2

- Comparer cette valeur dans le cas où les forces de frottement de l'air ne sont pas négligées.

Activité 3

- Tracer les trajectoires de la boule dans le plan $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$, pour chaque modélisation (avec et sans prise en compte des frottements de l'air sur la boule).

Activité 4

- Reprendre cette étude en considérant une balle de tennis de masse $M_t = 56\,\text{g}$.