

DYNAMIQUE

TD

Compétences visées: B2-10, B2-12, C1-05, C2-08, C2-09

v0.2

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

BRAS DE ROBOT À MUSCLES ARTIFICIELS

1 Présentation

L'utilisation de l'énergie pneumatique pour l'actionnement des manipulateurs présente des propriétés qui s'avèrent intéressantes pour les applications en milieu hostile ou du type biomécanique. L'étude proposée concerne un manipulateur à muscles artificiels. Ce dernier, représenté sur la FIGURE 1, est un manipulateur à structure anthropomorphique à 7 degrés de liberté activés par paires de muscles artificiels montés en opposition.

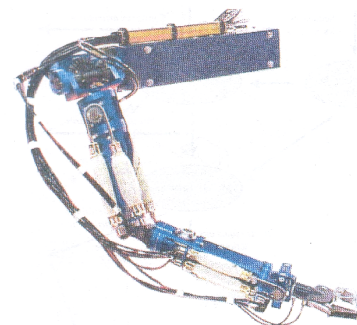


FIGURE 1 – Bras de robot

1.1 Cahier des charges

Le choix des actionneurs se fait de manière à respecter l'exigence de déplacement du bras selon les deux critères donnés dans le tableau suivant.

| Critères | Niveau |
|-------------------------------------|---|
| Débattements angulaires admissibles | $0 < \theta < \frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ |
| Couple maximum des actionneurs | 1 N.m |

Objectif

L'objectif de l'exercice est de justifier le choix des actionneurs retenus. Pour ce faire, nous allons élaborer un modèle cinématique puis dynamique du bras.

1.2 Modélisation du bras

Pour simplifier l'étude, on se limite à un manipulateur dont la chaîne cinématique ouverte est présentée sur la FIGURE 2. La configuration du manipulateur est fixée par les trois coordonnées articulaires θ , φ et z qui fixent la position du repère $R_3 (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$ lié à l'organe terminal par rapport au

repère $R_0 (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ lié à la base du manipulateur. Le vecteur position du point O_3 est défini dans l'espace opérationnel par les coordonnées dans le repère R_0 telles que $\overrightarrow{O_1O_3} = x_0.\vec{x}_0 + y_0.\vec{y}_0 + z.\vec{z}$. L'accélération de la pesanteur \vec{g} est telle que $\vec{g} = -g.\vec{z}$ et le repère R_0 sera considéré comme galiléen. Le paramétrage du bras est $\overrightarrow{O_1O_2} = L.\vec{x}_1$, $\overrightarrow{O_2C} = (L-r).\vec{x}_2$ et $\overrightarrow{CO_3} = r.\vec{x}_2 + z.\vec{z}$.

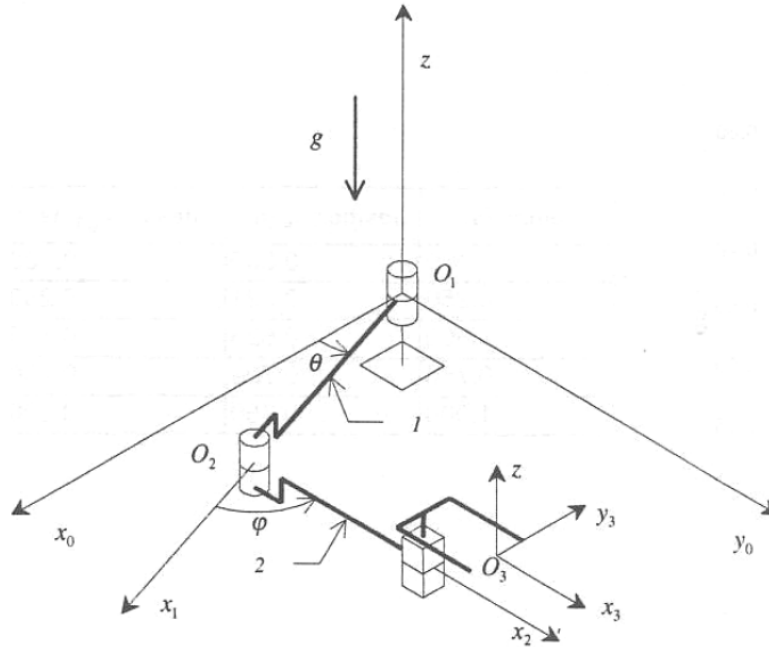


FIGURE 2 – Schéma cinématique du manipulateur simplifié

Le bras 1 est en liaison pivot sans frottement par rapport à la base fixe du manipulateur. Il est soumis à un couple $C_1.\vec{z}$ par l'intermédiaire d'un actionneur dont le corps est solidaire à la base fixe. L'avant-bras 2 est soumis à un couple $C_{12}.\vec{z}$ par l'intermédiaire d'un actionneur dont le corps est solidaire du bras 1. L'organe terminal est fixe par rapport au bras 2 dans tous le sujet.

2 Vérifier les performances de débattement angulaire

En fonction de la tâche à réaliser, le calculateur central du manipulateur établit une trajectoire dans l'espace opérationnel qu'il doit convertir dans l'espace articulaire afin d'élaborer les consignes à émettre vers les asservissements de chaque actionneur. Le travail abordé dans cette partie est destiné à :

- établir une relation liant les coordonnées opérationnelles (x_0, y_0, z) en fonction des coordonnées articulaires (θ, φ, z) . On définit ainsi le modèle géométrique direct ;
- inverser cette relation et établir une relation entre les coordonnées articulaires (θ, φ, z) en fonction des coordonnées opérationnelles (x_0, y_0, z) . On obtient alors le modèle géométrique inverse, qui permet de déterminer notamment les caractéristiques géométriques des actionneurs pour atteindre le débattement imposé par le cahier des charges.

Question 1 À partir de l'expression du vecteur position $\overrightarrow{O_1O_3} = x_0(t).\vec{x}_0 + y_0(t).\vec{y}_0 + z(t).\vec{z}$, calculer les coordonnées opérationnelles x_0 et y_0 en fonction des coordonnées articulaires θ et φ .

Question 2 Montrer que les coordonnées articulaires θ et φ s'écrivent en fonction de x_0 , y_0 et L :

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{2L} \quad \text{et} \quad \theta = \arctan \frac{y_0}{x_0} - \frac{\varphi}{2}$$

On rappelle que $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ et $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Question 3 Écrire les équations précédentes (modèle géométrique inverse) si le point O_3 suit une trajectoire rectiligne selon l'axe (O_1, \vec{x}_0) . Valider ce résultat graphiquement à l'aide d'un schéma.

Question 4 Vérifier alors que les débattements angulaires des actionneurs respectent le cahier des charges dans le cas où $L < O_1O_3 < \frac{3L}{2}$.

3 Dimensionner le couple des actionneurs

Le travail abordé dans cette partie permet d'établir les couples que doivent fournir les actionneurs en cours de mouvement pour respecter le cahier des charges. On se limitera à un mouvement dans le plan $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ et à l'étude du système matériel $S = \{1, 2\}$ constitué du bras **1** et de l'avant-bras **2**.

On modélise le robot par :

- le bras **1** avec son équipement, de centre d'inertie G_1 tel que $\overrightarrow{O_1G_1} = \frac{L}{2} \vec{x}_1$, de masse m , de longueur $O_1O_2 = L$, de moment d'inertie I par rapport à l'axe (G_1, \vec{z}) considéré comme un axe principal d'inertie ;
- l'avant-bras **2** avec son équipement, de centre d'inertie G_2 tel que $\overrightarrow{O_2G_2} = \frac{L}{2} \vec{x}_2$, de masse m , de longueur $O_2C = L - r$, de moment d'inertie I par rapport à l'axe (G_2, \vec{z}) considéré comme un axe principal d'inertie ;
- le poignet **3**, caractérisé par son centre O_3 , de masse négligeable et tel que $\overrightarrow{CO_3} = z \cdot \vec{z} + r \cdot \vec{x}_3$. Dans toute l'étude, le poignet est encastré au solide **2** ($z = \text{cste}$).

Question 5 Établir le graphe de structure du système. Indiquer les isollements à réaliser et les équations à écrire issues du Principe Fondamental de la Dynamique permettant d'obtenir le couple C_1 d'une part puis C_{12} d'autre part.

Question 6 Déterminer le moment cinétique en O_1 du solide **1** dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_0 en projection sur $\vec{z} : \overrightarrow{\sigma_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{z}$.

Question 7 Déterminer le moment cinétique en G_2 du solide **2** dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_0 en projection sur $\vec{z} : \overrightarrow{\sigma_{G_2 \in 2/0}} \cdot \vec{z}$. En déduire la projection du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_{O_1 \in 2/0}} \cdot \vec{z}$, que l'on écrira sous la forme $\overrightarrow{\sigma_{O_1 \in 2/0}} \cdot \vec{z} = A(\varphi)(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) + B(\varphi)\dot{\theta}$.

Question 8 En déduire l'expression du moment dynamique du solide **2** : $\overrightarrow{\delta_{O_2 \in 2/0}} \cdot \vec{z}$, puis du système S : $\overrightarrow{\delta_{O_1 \in S/0}} \cdot \vec{z}$.

Question 9 Déterminer alors l'expression des couples C_{12} et C_1 que doivent fournir les actionneurs pour obtenir un mouvement quelconque du bras.

Question 10 Vérifier votre résultat pour C_1 dans le cas simple où $\varphi = 0$ et $\dot{\varphi} = 0$ tout au long du mouvement. On doit retrouver le résultat classique d'un solide en rotation de type pendule simple.

4 Retour sur le cahier des charges

On se place dans la configuration de fonctionnement de la première partie (mouvement rectiligne), et on prend les valeurs $I = 0,045 \text{ kg.m}^2$, $m = 1,7 \text{ kg}$ et $L = 0,9 \text{ m}$. On rappelle que $\dot{\varphi} = -2\dot{\theta}$ et $\ddot{\varphi} = -2\ddot{\theta}$.

On impose un déplacement $x_0(t)$ et on calcule à l'aide des relations géométriques l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$. On obtient l'allure de la courbe tracée sur la FIGURE 3. On relève également l'évolution du couple C_1 au cours du temps.

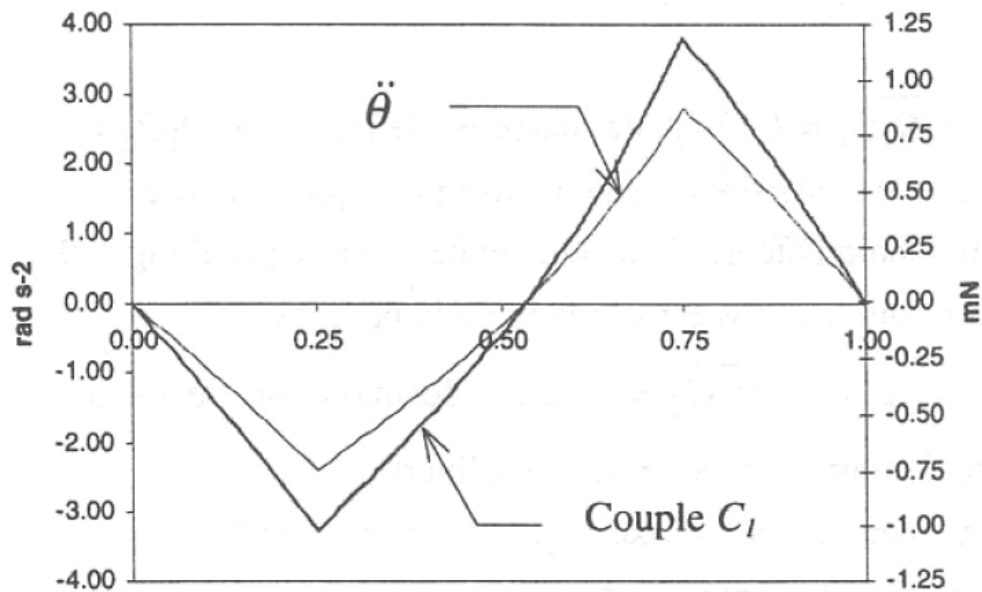


FIGURE 3 – Accélérations simultanées du robot et couple C_1 correspondant en fonction du temps

Question 11 On observe que C_1 est proportionnel à $\ddot{\theta}$. Justifier ce résultat en déterminant C_1 pour l'exemple traité. On pourra introduire directement dans les expressions des moments cinétiques la relation entre φ et θ .

Question 12 Pour cette loi souhaitée de déplacement, vérifie-t-on le cahier des charges vis-à-vis du couple maximal nécessaire ?

Question 13 Que peut-on modifier sur le système afin de diminuer le couple maximal nécessaire pour obtenir le déplacement du bras ?