Cinématique

Formulaire

Lycée Jean Zay – 21 rue Jean Zay – 63300 Thiers – Académie de Clermont-Ferrand

1 Cinématique du point

1.1 Position, vitesse, accélération

- $\overrightarrow{OM}$: position d'un point M dans R (O est fixe dans R),
- $\overrightarrow{V_{M/R}} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right]_R$: vitesse d'un point M par rapport à R,
- $\overrightarrow{\Gamma_{M/R}} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right]_R = \left[\dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right]_R$: accélération d'un point M par rapport à R.

1.2 Dérivation vectorielle

Formule de Bour : $\boxed{\left[\dfrac{d\overrightarrow{u}}{dt}\right]_{R_1} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{u}}{dt}\right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{u}}$

Penser à la méthode de dérivation vectorielle sur les figures planes !

2 Cinématique du solide

2.1 Torseur cinématique

$$\{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\}_M = {}_M\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}}\\ \overrightarrow{V_{M\in S_2/S_1}}\end{array}\right\} = {}_M\left\{\begin{array}{cc}\omega^x_{2/1} & V^x_{M,2/1}\\ \omega^y_{2/1} & V^y_{M,2/1}\\ \omega^z_{2/1} & V^z_{M,2/1}\end{array}\right\}_b$$

Avec :

- $\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}}$: vecteur vitesse de rotation de S_2 par rapport à S_1
- $\overrightarrow{V_{M\in S_2/S_1}}$: vecteur vitesse (« linéaire ») du point M appartenant à S_2 par rapport à S_1.

2.2 Champ des vecteurs vitesses d'un point d'un solide

Formule de Varignon : $\forall A, B \in S_2$: $\boxed{\overrightarrow{V_{B\in S_2/S_1}} = \overrightarrow{V_{A\in S_2/S_1}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}}}$

Attention : Le champ des accélérations n'est pas équiprojectif !

3 Composition des mouvements

3.1 Composition des torseurs cinématiques, des vitesses et des vitesses de rotation

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}_{S_2/S_0}\right\}_M = \left\{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\right\}_M + \left\{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\right\}_M} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_0}} = \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} + \overrightarrow{\Omega_{S_1/S_0}} \\ \overrightarrow{V_{M\in S_2/S_0}} = \overrightarrow{V_{M\in S_2/S_1}} + \overrightarrow{V_{M\in S_2/S_0}} \end{cases}$$

3.2 Vitesse de glissement en un point I entre 2 solides S_1 et S_2

Vitesse de glissement : $\overrightarrow{V_{I\in S_2/S_1}} = \overrightarrow{V_{I\in S_2/R_0}} - \overrightarrow{V_{I\in S_1/R_0}}$

On dira que S_2 roule sans glisser sur S_1 en I si : $\boxed{\overrightarrow{V_{I\in S_2/S_1}} = \overrightarrow{0}}$

4 Mouvements particuliers

Mouvement de translation rectiligne :

- **MRUV** : Mouvement rectiligne uniformément varié : $a = \text{cste}$

$$\begin{cases} a(t) = \ddot{x} = a = \text{cste} \\ v(t) = \dot{x} = a(t-t_0) + v_0 \\ x(t) = x = \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 + v_0(t-t_0) + x_0 \end{cases}$$

- **MRU** : Mouvement rectiligne uniforme : $a = 0$

$$\begin{cases} a(t) = \ddot{x} = 0 \\ v(t) = \dot{x} = v_0 \\ x(t) = x = v_0(t-t_0) + x_0 \end{cases}$$

Mouvement de rotation :

- **MCUV** : Mouvement circulaire uniformément varié : $\ddot{\theta} = \text{cste}$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \text{cste} \\ \dot{\theta} = \ddot{\theta}(t-t_0) + \dot{\theta}_0 \\ \theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}(t-t_0)^2 + \dot{\theta}_0(t-t_0) + \theta_0 \end{cases}$$

- **MCU** : Mouvement circulaire uniforme : $\ddot{\theta} = 0$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = 0 \\ \dot{\theta} = \dot{\theta}_0 \\ \theta = \dot{\theta}_0(t-t_0) + \theta_0 \end{cases}$$

Penser à la méthode graphique d'intégration ! (ex : le chemin parcouru entre t_1 et t_2 est égal à l'aire sous la courbe de $v(t)$ entre t_1 et t_2).