Résistance des matériaux

Formulaire

« Apprendre sans réfléchir est vain. Réfléchir sans apprendre est dangereux. »

v1.6

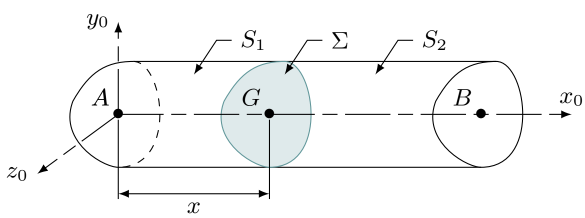
Lycée Jean Zay – 21 rue Jean Zay – 63300 Thiers – Académie de Clermont-Ferrand

1 Hypothèses de la résistance des matériaux

- Définition du modèle poutre
- Hypothèses géométriques
- Hypothèses sur les déformations
- Hypothèses sur les matériaux
- Hypothèse de Navier-Bernouilli
- Principe de Barré de Saint-Venant

2 Torseur de cohésion

2.1 Définition



$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = \{\mathcal{T}_{S_2\to S_1}\}_{G(x)}$$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = {}_{G(x)}\begin{Bmatrix} N & Mt \\ T_y & Mf_y \\ T_z & Mf_z \end{Bmatrix}}$$

- N : **effort normal** d'axe x
- T_y : **effort tranchant** selon l'axe y
- T_z : **effort tranchant** selon l'axe z
- Mt : **moment de torsion** autour de x
- Mf_y : **moment de flexion** autour de y
- Mf_z : **moment de flexion** autour de z

2.2 Identification des sollicitations

Traction Compression	Flexion pure	Flexion simple	Torsion	Cisaillement
${}_G\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	${}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}$	${}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}$	${}_G\begin{Bmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	${}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$

2.3 Détermination du torseur de cohésion

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_{G(x)} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_2}\}_{G(x)}}$$

3 Contraintes, déformations et déplacements

Contrainte	**Relation efforts-contraintes**	**Relation contr.-déformat°**	**Relation efforts-déformations**
Traction	$\sigma = \overrightarrow{T}(M,\overrightarrow{x}).\overrightarrow{x} = \dfrac{N}{S}$	$\sigma = E\varepsilon_x$	$\varepsilon_x = \dfrac{\Delta L}{L_0} = \dfrac{N}{E.S}$
Flexion	$\sigma = \overrightarrow{T}(M,\overrightarrow{x}).\overrightarrow{x} = -\dfrac{Mf_z}{I_{G_z}}y$	$\sigma = E\varepsilon_x$	$Mf_z = EI_{G_z}u''_y(x)$
Torsion	$\tau = \overrightarrow{T}(M,\overrightarrow{x}).\overrightarrow{y} = \dfrac{Mt}{I_G}r$	$\tau = Gr\gamma_x$	$Mt = G\gamma_x I_G$ et $\Delta\theta_x = \gamma_x L$
Cisaillement	$\tau = \overrightarrow{T}(M,\overrightarrow{x}).\overrightarrow{y} = \dfrac{T_y}{S}$	$\tau = G\gamma$	-

4 Moments quadratiques

- Moment quadratique : $I_{G_z}(S) = \displaystyle\int_S y^2.dS$ et $I_{G_y}(S) = \displaystyle\int_S z^2.dS$ (en mm^4)
- Moment quadratique polaire : $I_G(S) = \displaystyle\int_S r^2.dS$ et $I_G(S) = I_{G_y}(S) + I_{G_z}(S)$
- Théorème de Huygens : $I_{M_z}(S) = I_{G_z}(S) + S.y_M^2$

5 Un peu de vocabulaire...

- σ_x ou σ_n : Contrainte normale
- τ : Contrainte tangentielle
- ε : Déformation unitaire
- E : Module d'Young
- G : Module de Coulomb
- ν : Coefficient de Poisson
- R_e : Limite élastique
- R_{pe} : Limite pratique à l'extension
- R_g : Limite élastique au glissement
- R_{pg} : Résistance pratique au glissement

6 Quelques valeurs pour l'acier

$$E = 2\cdot 10^5\,\text{MPa},\quad G = 8\cdot 10^4\,\text{MPa},\quad 200\,\text{MPa} < R_e < 1400\,\text{MPa},\quad R_g \simeq 0,4 \text{ à } 0.8\,R_e,\quad \nu = 0,3$$