TD Transfert
Tracés de diagrammes des efforts intérieurs

Travail demandé

Pour l'ensemble des poutres suivantes :

Question 1 Déterminer le torseur de cohésion.

Question 2 Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.

Question 3 Tracer les diagrammes des efforts intérieurs adaptés.

Rappel de la méthode :

1. Identifier les tronçons à étudier
2. Déterminer les actions dans les liaisons (**si nécessaire**) !
3. Pour chaque tronçon :
   (a) Choisir la partie à étudier (gauche/droite)
   (b) IAME
   (c) Écrire les éléments de réduction de $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}$
4. En déduire la ou les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.

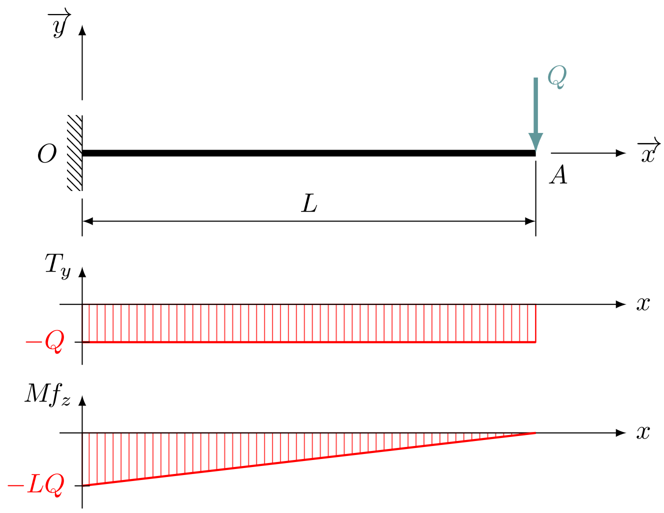
1 Exercice 1

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, L]$

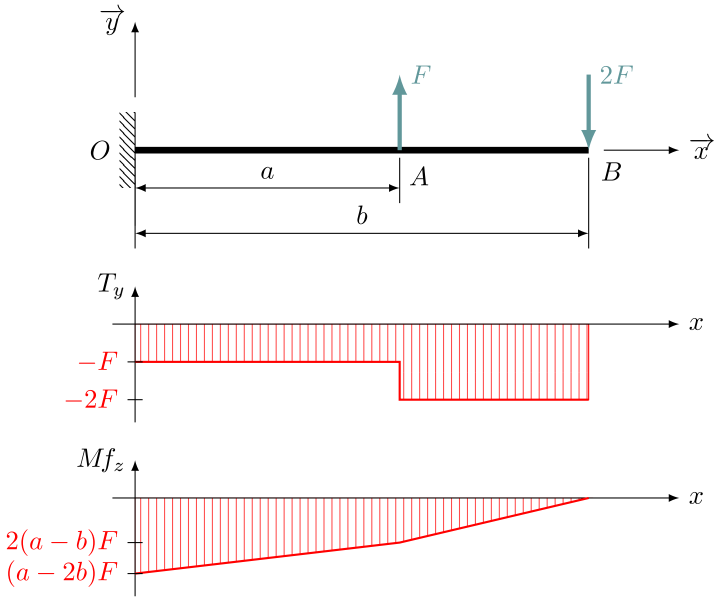
$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\rightarrow\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -Q & 0 \\ 0 & -(L-x)Q \end{array}\right\}}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$



2 Exercice 2



Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & (a-2b+x)F \end{array}\right\}_{G(x)}}$$

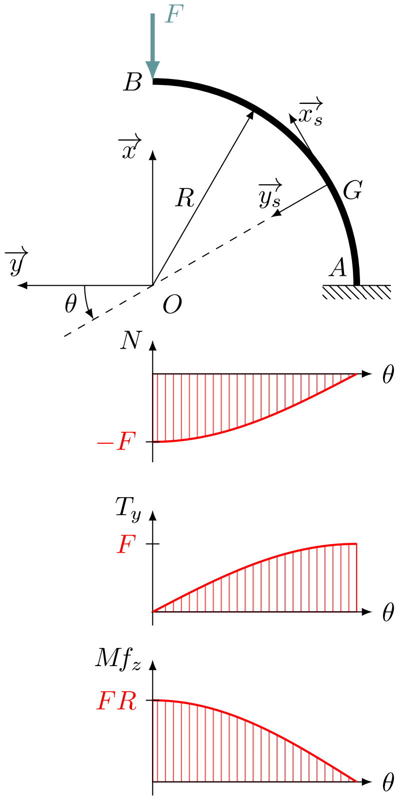
Tronçon $[AB]$: $x \in [a, b]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -2F & 0 \\ 0 & -2(b-x)F \end{array}\right\}_{G(x)}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

3 Exercice 3



Tronçon AB : $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$\overrightarrow{R_{\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}}} = -F.\vec{x} = -F\,(\cos\theta.\vec{x_s} - \sin\theta.\vec{y_s})$

$\overrightarrow{M_{G,\text{ext}\to\text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B,\text{ext}\to\text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{\text{ext}\to\text{Droite}}}$

Avec : $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} = R.\vec{y_s} + R.\vec{x}$

On trouve : $\overrightarrow{M_{G\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}}} = FR\cos\theta.\vec{z}$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} -F\cos\theta & 0 \\ F\sin\theta & 0 \\ 0 & FR\cos\theta \end{array}\right\}_{G(\theta)\,b_s}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{compression}}$ et à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$.

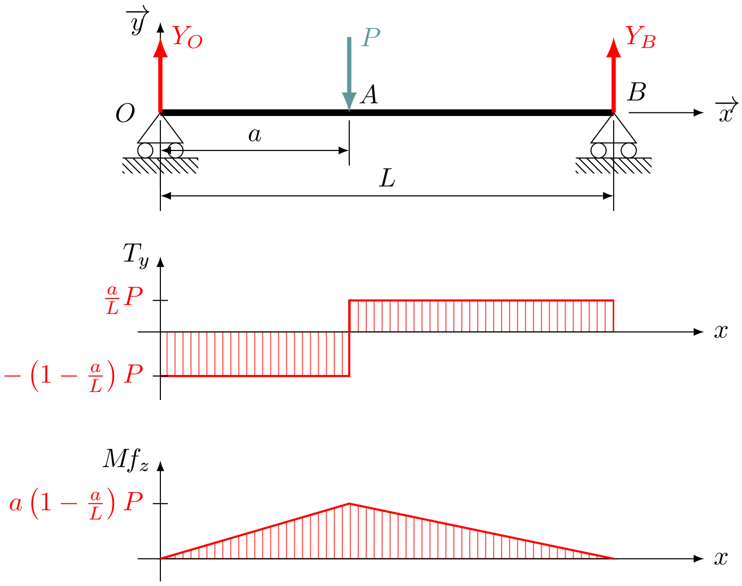
4 Exercice 4

Il y a 2 tronçons à étudier ($[OA]$ et $[AB]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de moment en $\overrightarrow{z}$ du PFS appliqué à la poutre, en O puis en B, on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$\boxed{Y_B = \frac{a}{L}P}$ et $\boxed{Y_O = \left(1 - \frac{a}{L}\right)P}$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -Y_O & 0 \\ 0 & xY_O \end{array}\right\}_{G(x)}}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [a, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & (L-x)Y_B \end{array}\right\}_{G(x)}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

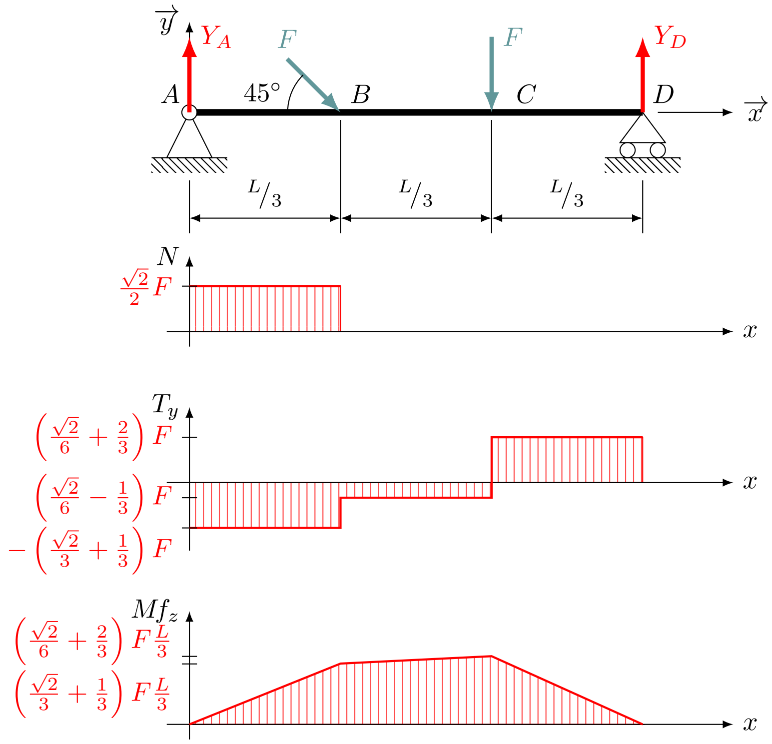
5 Exercice 5

Il y a 3 tronçons à étudier ($[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de résultante du PFS appliqué à la poutre suivant $\overrightarrow{x}$, puis les équations de moment selon $\overrightarrow{z}$ en A puis en D, on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$\boxed{X_A = -\frac{\sqrt{2}}{2}F}$, $\boxed{Y_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3}\right)F}$ et $\boxed{Y_D = \left(\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}\right)F}$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



Tronçon $[AB]$: $x \in [0, L/3]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\rightarrow\text{Gauche}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = {}_G\left\{\begin{array}{cc} N & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{array}\right\} \quad \text{avec :}$$

$\boxed{N = \frac{\sqrt{2}}{2}F}$ $\boxed{T_y = -\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\right)F}$

$\boxed{Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\right)Fx}$

Tronçon $[BC]$: $x \in [L/3, 2L/3]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\rightarrow\text{Droite}}\}_G$

$\boxed{N = 0}$ $\boxed{T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}-\frac{1}{3}\right)F}$

$\boxed{Mf_z = \frac{1}{3}F\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}(L-x)\right)}$

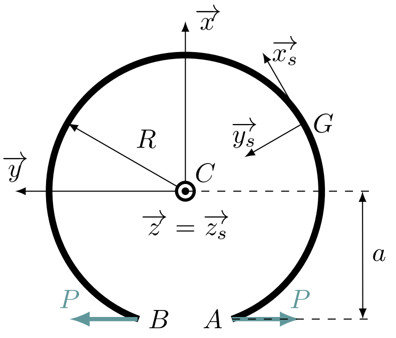
Tronçon $[CD]$: $x \in [2L/3, L]$

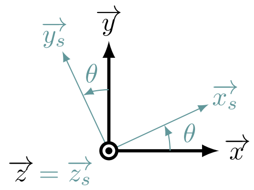
$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\rightarrow\text{Droite}}\}_G$

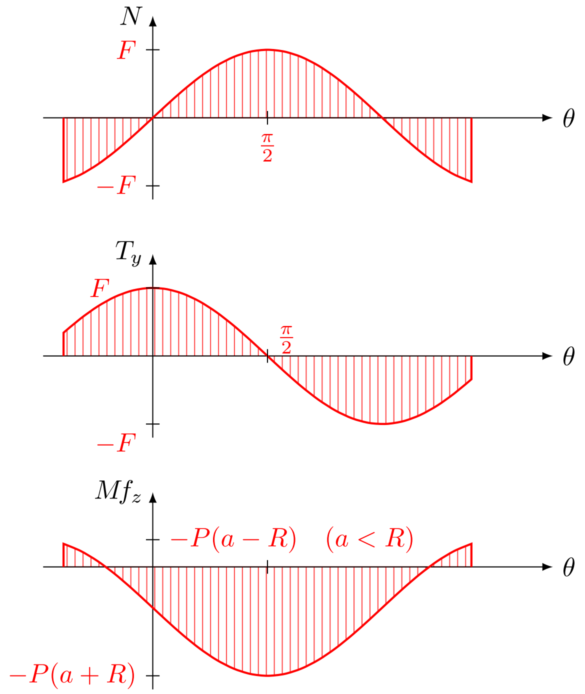
$\boxed{N = 0}$ $\boxed{T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{2}{3}\right)F}$ $\boxed{Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{2}{3}\right)F(L-x)}$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{traction}}$ et de la $\boxed{\text{flexion simple}}$.

6 Exercice 6







Tronçon AB :

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}} = P\overrightarrow{y} = P(\sin\theta.\overrightarrow{x_s} + \cos\theta.\overrightarrow{y_s})$

$\overrightarrow{M_{G,\text{ext}\to\text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B,\text{ext}\to\text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{\text{ext}\to\text{Droite}}}$

Avec : $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CB} = R.\overrightarrow{y_s} - a.\overrightarrow{x} + k.\overrightarrow{y}$

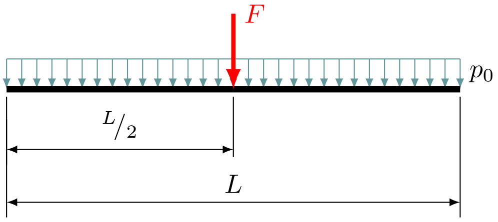
On trouve : $\overrightarrow{M_{G\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}}} = -P(a+R\sin\theta).\overrightarrow{z}$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(\theta)}{\left\{\begin{array}{cc} P\sin\theta & 0 \\ P\cos\theta & 0 \\ 0 & -P(a+R\sin\theta) \end{array}\right\}}_{b_s}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{compression}}$ et à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$ (c'est l'étude d'un circlips !).

7 Exercice 7

On doit tout d'abord trouver le modèle global de la charge répartie :



$$F = \int_0^L p(x)dx \quad \text{avec } p(x) = p_0$$

Soit : $F = p_0 L$ (aire du rectangle)

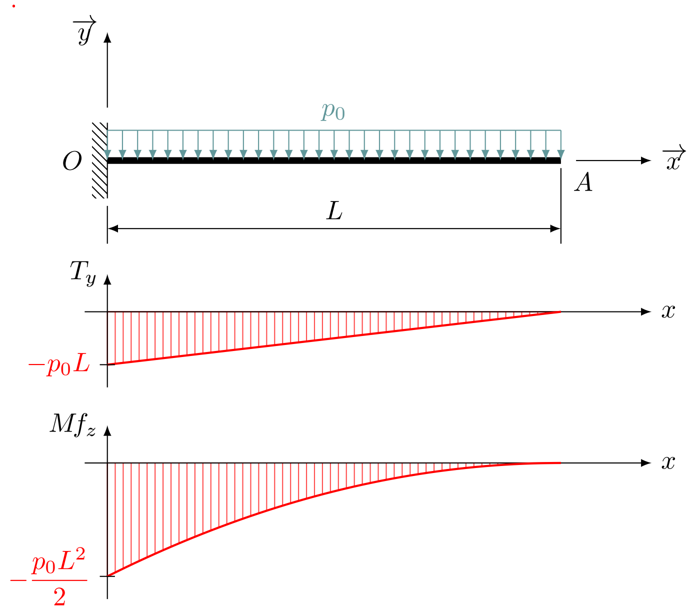
On peut ensuite déterminer le torseur de cohésion :

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -p_0(L-x) & 0 \\ 0 & -\frac{p_0}{2}(L-x)^2 \end{array}\right\}}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$



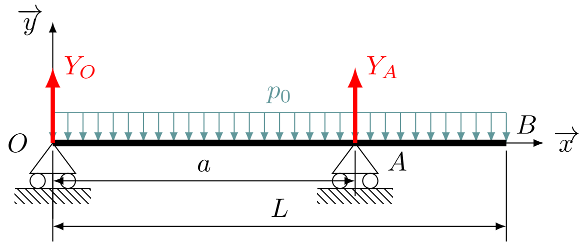
8 Exercice 8

Il y a 2 tronçons à étudier ($[OA]$ et $[AB]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de moment en $\vec{z}$ du PFS appliqué à la poutre, en O puis en A, on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$\boxed{Y_A = p_0 \dfrac{L^2}{2a}}$ et $\boxed{Y_O = p_0 L \left(1 - \dfrac{L}{2a}\right)}$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



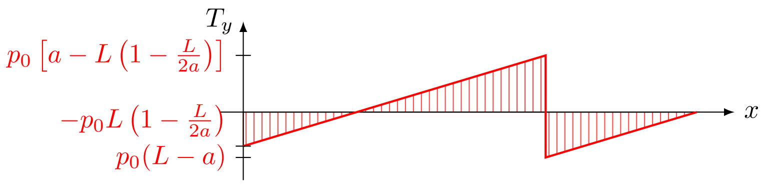
Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{array} \right\}_G \quad \text{avec :}$$

$$\boxed{T_y = p_0 \frac{L^2}{2a} - p_0(L - x)}$$

$$\boxed{Mf_z = p_0 \frac{L^2}{2a}(a - x) - p_0 \frac{(L - x)^2}{2}}$$

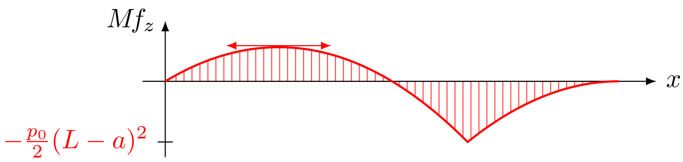


Tronçon $[AB]$: $x \in [a, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{T_y = -p_0(L - x)}$$

$$\boxed{Mf_z = -p_0 \frac{(L - x)^2}{2}}$$

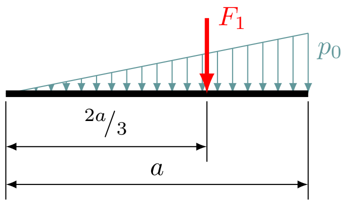


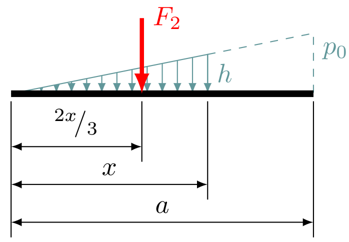
La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

9 Exercice 9

Il y a 3 tronçons à étudier ($[OA]$, $[AB]$ et $[BC]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

On peut trouver le modèle global d'une charge répartie :





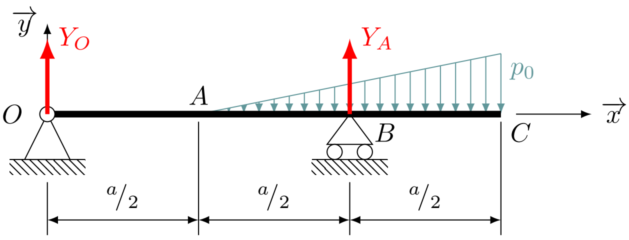
Dans le premier cas, l'intensité de la résultante est égale à l'aire du triangle, à savoir $F_1 = \dfrac{p_0}{2} a$.

Pour le deuxième cas, utile lors de la recherche de l'expression du torseur de cohésion, il faut dans un premier temps utiliser Thalès pour déterminer $h = \dfrac{p_0}{a}x$. Dès lors, on calcule l'aire du triangle en conséquence : $F_2 = \dfrac{p_0}{2a}x^2$.

En utilisant l'équation de moment en $\overrightarrow{z}$ du PFS appliqué à la poutre, en O puis en A, on trouve alors (par la méthode des bras de levier) :

$\boxed{Y_B = \dfrac{7a}{12}p_0}$ $\boxed{Y_O = -\dfrac{a}{12}p_0}$ et $\boxed{X_O = 0}$

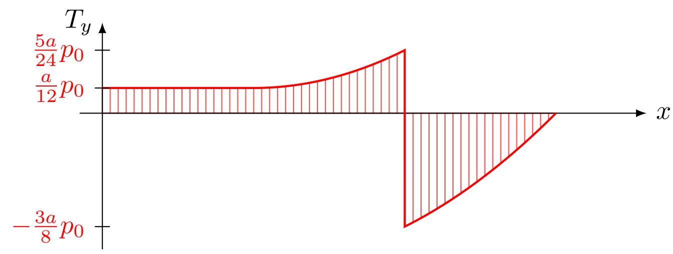
On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



Tronçon $[OA]$: $x \in \left[0, \frac{a}{2}\right]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ \dfrac{p_0}{12}a & 0 \\ 0 & -\dfrac{p_0}{12}ax \end{array}\right\}_{G(x)}}$$

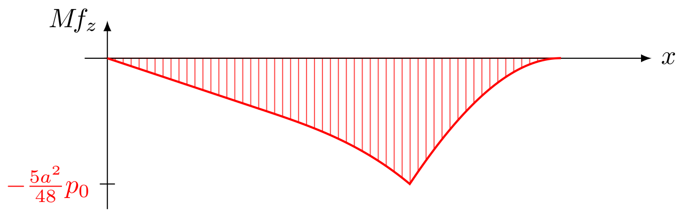


Tronçon $[AB]$: $x \in \left[\frac{a}{2}, a\right]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\boxed{T_y = \frac{p_0}{12}a + \frac{p_0}{2a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\boxed{Mf_z = -\frac{p_0}{12}ax - \frac{p_0}{6a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^3}$$



Tronçon $[BC]$: $x \in \left[0, \frac{3a}{2}\right]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\boxed{T_y = -\frac{p_0}{2}a + \frac{p_0}{2a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\boxed{Mf_z = -\frac{p_0}{12}ax - \frac{p_0}{6a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^3 + \frac{7p_0}{12}a\,(x - a)}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

10 Exercice 10

Il y a 3 tronçons à étudier ($[OA]$, $[AB]$ et $[BC]$). On voit immédiatement que le 3e tronçon ne sera pas sollicité. Pour cet exemple, le centre de gravité G de la section étudiée sera repéré par l'abscisse s.

Tronçon $[OA]$: $s \in [0, a]$

$p(x) = p_1 + \dfrac{p_2 - p_1}{b - a}(x - a)$ avec $x \in [a, b]$ et $\overrightarrow{p(x)} = -p(x).\overrightarrow{y}$

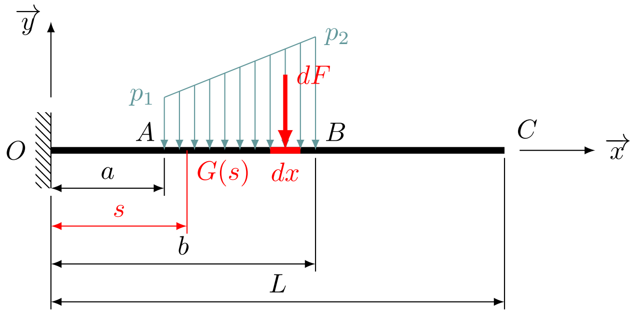
$$T_y = \int_a^b -\left(p_1 + \frac{p_2-p_1}{b-a}(x-a)\right) dx = -p_1(b-a) - \frac{p_2-p_1}{b-a}\left[\frac{(x-a)^2}{2}\right]_a^b = \boxed{-\frac{p_1+p_2}{2}(b-a)}$$

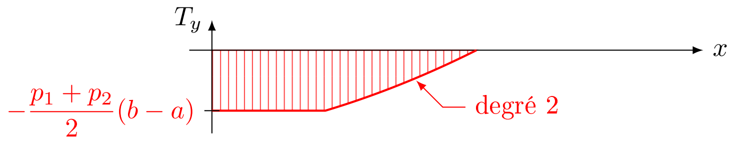
$$Mf_z = \int_a^b -(x-s)\left(p_1 + \frac{p_2-p_1}{b-a}(x-a)\right) dx = \boxed{\frac{p_1+p_2}{2}(b-a)s - \underbrace{\frac{p_2-p_1}{b-a}\left(\frac{b^3}{3} - \frac{ab^2}{2} + \frac{a^3}{6}\right)}_{A}}$$

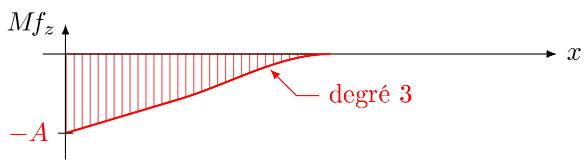
<u>Tronçon $[AB]$</u> : $s \in [a,b]$

$$T_y = \int_s^b -p(x)dx = \boxed{-\frac{p(s)+p_2}{2}(b-s)} \quad \text{avec } p(s) = p_1 + \frac{p_2-p_1}{b-a}(s-a) \quad (\text{cf } 1^{\text{er}} \text{ tronçon})$$

$$Mf_z = \int_s^b -(x-s)\left(p(s) + \frac{p_2-p(s)}{b-s}(x-s)\right) dx = \boxed{\frac{p(s)+p_2}{2}(b-s)s - \frac{p_2-p(s)}{b-s}\left(\frac{b^3}{3} - \frac{sb^2}{2} + \frac{s^3}{6}\right) - \frac{p(s)}{2}(b^2-s^2)}$$







11 Exercice 11

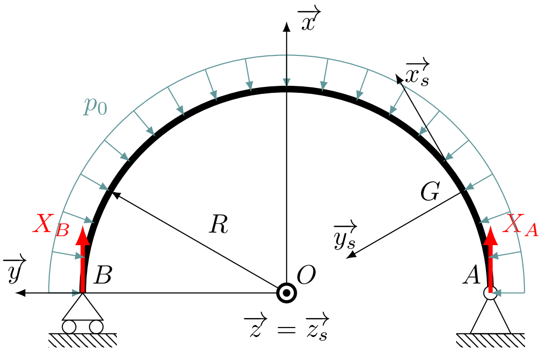
Il n'y a qu'un tronçon à étudier, mais il faut dans un premier temps calculer les actions de liaison en A et B. Lé problème étant symétrique suivant $(O, \vec{x})$, on en déduit que $Y_A = 0$ et que $X_A = X_B$ (la résultante globale de la charge répartie est portée par $\vec{x}$).

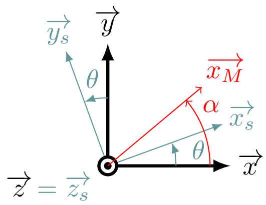
$$P = \overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{charge}\rightarrow\text{poutre}}\}} \cdot \vec{x} = \int_0^\pi p_0 d\ell . \vec{y_s} \cdot \vec{x}$$

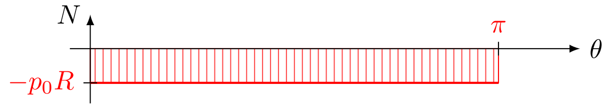
Comme $d\ell = Rd\theta$ et que $\vec{y_s} \cdot \vec{x} = -\sin\theta$:

$$P = -p_0 R \int_0^\pi \sin\theta d\theta = -2p_0 R$$

Par le PFS, en utilisant les propriétés de symétrie : $\boxed{X_A = X_B = p_0 R}$







Tronçon AB :

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

On introduit l'angle α pour « parcourir » le chargement réparti.

$$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}} = \underbrace{p_0R.\overrightarrow{x}}_{\text{action en } B} + p_0R \underbrace{\int_\theta^\pi d\alpha.\overrightarrow{y_M}}_{-\sin\theta.\overrightarrow{y}-(1+\cos\theta).\overrightarrow{x}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}} = -p_0R.\overrightarrow{x_s}}$$

Charge ponctuelle en B :

$\overrightarrow{M_{G,0\to\text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B,0\to\text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{0\to\text{Droite}}}$

Avec : $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} = R(\overrightarrow{y_s} + \overrightarrow{y})$

On trouve : $\overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{0\to\text{Droite}}\}} = -p_0R^2(1+\cos\theta).\overrightarrow{z}$

Charge répartie : $\overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{charge}\to\text{Droite}}\}} = \displaystyle\int_\theta^\pi \overrightarrow{GM} \wedge p_0 d\ell.\overrightarrow{y_s}$

Avec : $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM} = R(\overrightarrow{y_s} - \overrightarrow{y_M})$

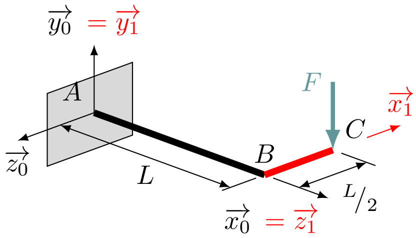
On trouve : $\overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{charge}\to\text{Droite}}\}} = p_0R^2(1+\cos\theta).\overrightarrow{z} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}} = \overrightarrow{0}}$

On trouve alors pour le torseur de cohésion :

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(\theta)}{\begin{Bmatrix} -p_0R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{b_s}}$$

La poutre est n'est soumise qu'à de la $\boxed{\text{compression}}$. C'est d'ailleurs ce qui fait que cette forme été très tôt utilisée en génie civil, pour les voutes notamment).

12 Exercice 12



Il y a 2 tronçons à étudier : $[AB]$ et $[BC]$. Il est préférable d'introduire une nouvelle base locale b_1 $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ telle que : $\overrightarrow{x_1} = -\overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{x_0}$.

Tronçon $[BC]$: $x \in [0, L/2]$ (sur $(B, \overrightarrow{x_1})$)

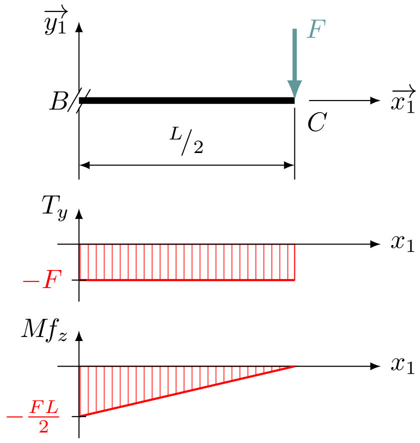
$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

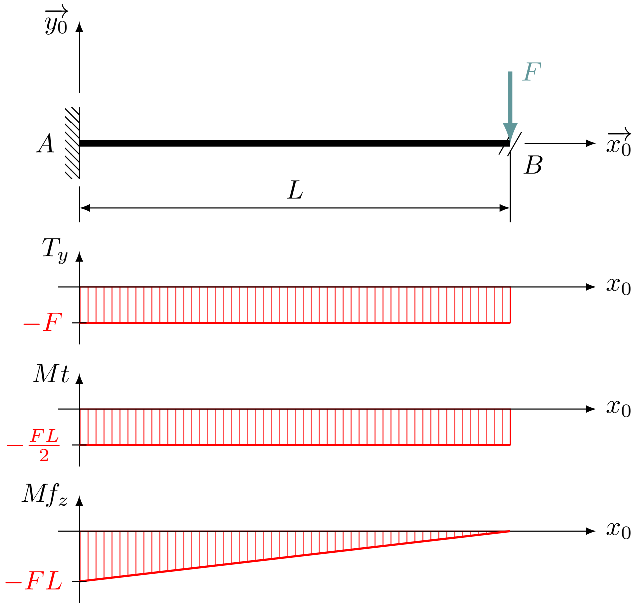
$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = {}_{G(x)}\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & -F(\frac{L}{2} - x) \end{array}\right\}_{b_1}}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, L]$ (sur $(A, \overrightarrow{x})$)

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = {}_{G(x)}\left\{\begin{array}{cc} 0 & -F\dfrac{L}{2} \\ -F & 0 \\ 0 & -F(L - x)) \end{array}\right\}_{b_0}}$$





La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple suivant } \overrightarrow{x_0} \text{ et } \overrightarrow{z_0}}$ et à de la $\boxed{\text{torsion autour de } \overrightarrow{x_0}}$.

13 Exercice 13

Il y a 5 tronçons à étudier : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EF]$. Pour ce dernier tronçon, il est préférable d'introduire une nouvelle base locale b_1 $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ telle que : $\overrightarrow{x_1} = -\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_0}$.

Par une étude rapide en statique, en écrivant l'équation de résultante en projection sur $\overrightarrow{x_0}$ et l'équation de moment en B puis en C autour de $\overrightarrow{z_0}$ (méthode des bras de levier), on trouve :

$\boxed{X_B = -P}$, $\boxed{Y_B = \frac{5}{2}P}$ et $\boxed{Y_D = -\frac{1}{2}P}$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, a/2]$ (sur $(A, \overrightarrow{x_0})$)

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ P & 0 \\ 0 & -Px \end{matrix} \right\}_{b_0}$$

Tronçon $[BC]$: $x \in [a/2, a]$ (sur $(A, \overrightarrow{x_0})$)

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{} \left\{ \begin{matrix} P & 0 \\ -\frac{3}{2}P & 0 \\ 0 & \left(\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}a\right)P \end{matrix} \right\}_{b_0}$$

Tronçon $[CD]$: $x \in [a, 3a/2]$ (sur $(A, \overrightarrow{x_0})$)

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{} \left\{ \begin{matrix} P & 0 \\ -\frac{1}{2}P & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}a\right)P \end{matrix} \right\}_{b_0}$$

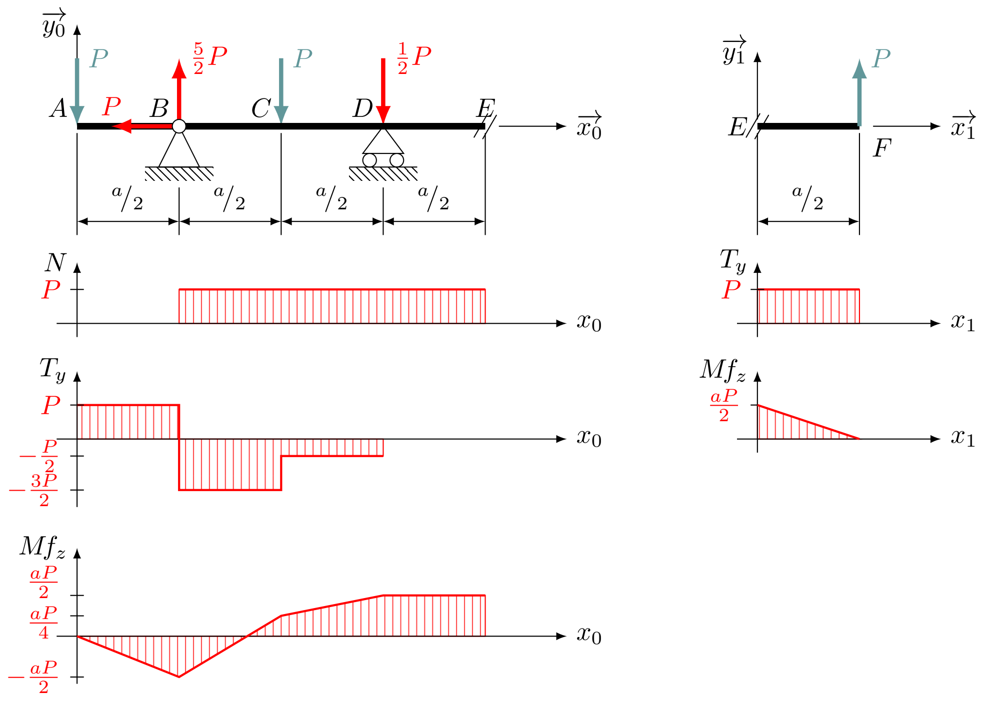
Tronçon $[DE]$: $x \in [3a/2, 2a]$ (sur $(A, \overrightarrow{x_0})$)

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{} \left\{ \begin{matrix} P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{a}{2}P \end{matrix} \right\}_{b_0}$$

Tronçon $[EF]$: $x \in [0, a/2]$ (sur $(E, \overrightarrow{x_1})$)

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \underset{G(x)}{} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ P & 0 \\ 0 & P(\frac{a}{2} - x) \end{matrix} \right\}_{b_1}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$ et à de la $\boxed{\text{traction}}$.



14 Exercice 14

Il y a 5 tronçons à étudier : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EF]$.

Pour déterminer les actions de liaisons, on utilise la résultante équivalente à la charge linéairement répartie qui s'applique à $s = 3a$ et qui a une intensité de $4P$ et celle équivalente au chargement uniforme, dont la résultante a une intensité de $4P$ appliquée en $x = 6a$. En écrivant l'équation de moment en B puis en E autour de $\overrightarrow{z}$ (méthode des bras de levier), on trouve : $\boxed{Y_B = 5P}$ et $\boxed{Y_E = 6P}$.

Détermination de p_1 : $P_1 = -4P = -\int_0^{3a} \lambda x dx \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{8P}{9a^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_1(x) = -\dfrac{8P}{9a^2}x} \quad \left(p_1(3a) = \dfrac{8P}{3a}\right)$

Détermination de p_2 : $P_2 = -4P \quad \Rightarrow \quad p_2 = \dfrac{-4P}{2a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_2(x) = -\dfrac{2P}{a}}$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, a]$

$\boxed{T_y = 2P}$ et $\boxed{Mf_z = -2Px}$

Tronçon $[BC]$: $x \in [a, 4a]$

$$\boxed{T_y = -3P + \frac{4P}{9a^2}(x-a)^2}$$

$$\boxed{Mf_z = -2Px + 5P(x-a) - \frac{4P}{27a^2}(x-a)^3}$$

Tronçon $[CD]$: $x \in [4a, 5a]$

$\boxed{T_y = P}$ et $\boxed{Mf_z = -P(x-7a)}$

Tronçon $[DE]$: $x \in [5a, 6a]$

$$\boxed{T_y = 2P\left(\frac{x}{a} - 4\right)P}$$

$$\boxed{Mf_z = 6P(6a - x) - \frac{P}{a}(7a - x)^2}$$

Tronçon $[EF]$: $x \in [6a, 7a]$

$$\boxed{T_y = 2P\left(\frac{x}{a} - 7\right)P}$$

$$\boxed{Mf_z = -\frac{P}{a}(7a - x)^2}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple suivant } \overrightarrow{z}}$.