Actions Mécaniques

Formulaire

Rappels de PTSI

v1.5

Lycée Jean Zay – 21 rue Jean Zay – 63300 Thiers – Académie de Clermont-Ferrand

1 Modélisation des Actions Mécaniques

1.1 Actions mécaniques et outil torseur

Modèle local	Modèle global	Forme générale du torseur des AM
$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \displaystyle\int_\tau \overrightarrow{dF_{1\to2}} \\ \displaystyle\int_\tau \overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{dF_{1\to2}} \end{array} \right\}_P$	$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_{1\to2}} \\ \overrightarrow{M_{P,1\to2}} \end{array} \right\}_P$	$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_{P\ b}$

1.2 Changement de point d'un torseur

$$\boxed{\overrightarrow{M_{B,1\to2}} = \overrightarrow{M_{A,1\to2}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F_{1\to2}}}$$

2 Géométrie des masses

- Centre de masse : $\boxed{\overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{m}\displaystyle\int_V \overrightarrow{OM}.dm}$
- Barycentre : $\overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OG_i}$

- Coordonnées cartésiennes : $dS = dxdy$
- Coordonnées polaires : $dS = rdrd\theta$
- Théorèmes de Guldin :
  - 1[er]th. de Guldin : $S = 2\pi.L.r_g$
  - 2[e]th. de Guldin : $V = 2\pi.S.r_g$

3 Théorèmes et principes

3.1 Principe des actions réciproques

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = -\{\mathcal{T}_{2\to1}\}}$$

3.2 Principe Fondamental de la Statique (PFS)

$$\text{PFS : } \boxed{\sum\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S}\} = \{0\}} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{Th. de la résultante statique :} & \sum\overrightarrow{F_{\text{ext}\to S}} = \overrightarrow{0} \\ \text{Th. du moment statique (en } A\text{) :} & \sum\overrightarrow{M_{A,\text{ext}\to S}} = \overrightarrow{0} \end{array} \right.$$

3.3 Problème plan

Pour un problème plan (dans $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$) : $\left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_{P\,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & / \\ Y_{12} & / \\ / & N_{12} \end{array} \right\}_{P\,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})}$

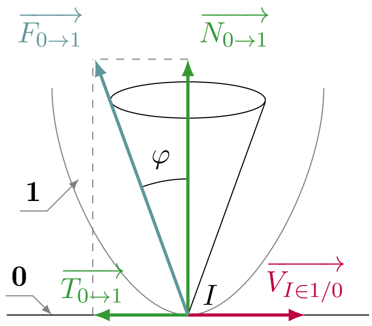
Penser à utiliser la méthode des bras de levier quand c'est possible ! Cela simplifie beaucoup les calculs par rapport aux calculs torsoriels.

4 Frottements - Lois de Coulomb

Frottement : $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} \neq \overrightarrow{0}$ → La résultante est sur le cône de frottement, et : $\left\|\overrightarrow{T_{0\to 1}}\right\| = f.\left\|\overrightarrow{N_{0\to 1}}\right\|$;

Adhérence : $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \overrightarrow{0}$ → La résultante est quelque part dans le cône de frottement, et s'oppose à la tendance au mouvement : $\left\|\overrightarrow{T_{0\to 1}}\right\| < f.\left\|\overrightarrow{N_{0\to 1}}\right\|$;

Équilibre strict : $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \overrightarrow{0}$ → La résultante est sur le cône de frottement, et s'oppose à la tendance au mouvement : $\left\|\overrightarrow{T_{0\to 1}}\right\| = f.\left\|\overrightarrow{N_{0\to 1}}\right\|$;



$\overrightarrow{F_{0\to 1}} = \overrightarrow{N_{0\to 1}} + \overrightarrow{T_{0\to 1}}$

Coeff. Frott : $f = \tan\varphi$

5 Démarche de résolution d'un problème de statique

- **Étape 1** : Isoler un solide ou un ensemble de solides (E).
- **Étape 2** : Identifier le type de problème (plan, spatial, symétrie...).
- **Étape 3** : Faire l'inventaire des Actions Mécaniques Extérieures (IAME) appliquées au(x) solide(s) isolé(s) (cf. graphe des liaisons).
- **Étape 4** : **Énoncer** le PFS.
- **Étape 5** : Écrire les équations scalaires nécessaires à la résolution du problème.

6 Statique graphique

- **Cas d'un solide soumis à 2 AME :** ces deux actions sont égales en norme et opposées. Leur support mutuel est la droite qui passe par les points d'application des 2 actions.
- **Cas d'un solide soumis à 3 AME :**
  - Leurs supports sont concourants (ils se coupent en un même point)
  - Leur somme vectorielle est nulle (le triangle des forces - ou dynamique des forces - est fermé)

Attention

La statique graphique n'est plus exigible au concours. En revanche, elle permet de résoudre parfois très efficacement certains problèmes plans, comme les problèmes d'arc-boutement par exemple).