DYNAMIQUE

Formulaire

À savoir par cœur !

v1.4

Lycée Richelieu – 64, rue Georges Sand – 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

1 Torseur des Actions Mécaniques Extérieures appliquées sur S

$$\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}_A = {}_A\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} \\ \overrightarrow{M_A\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} \end{array} \right\}$$

$$\overrightarrow{M_A\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} = \overrightarrow{M_B\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}}$$

2 Torseur dynamique de S dans son mouvement par rapport à R_g écrit au point A

$$\{\mathcal{D}_{S/R_g}\}_A = {}_A\left\{ \begin{array}{c} m.\overrightarrow{\Gamma_{G\in S/R_g}} \\ \overrightarrow{\delta_{A\in S/R_g}} \end{array} \right\}$$

$$\overrightarrow{\delta_{A\in S/R_g}} = \overrightarrow{\delta_{B\in S/R_g}} + \overrightarrow{AB} \wedge m.\overrightarrow{\Gamma_{G\in S/R_g}}$$

3 Torseur cinétique de S dans son mouvement par rapport à R_g écrit au point A

$$\{\mathcal{C}_{S/R_g}\}_A = {}_A\left\{ \begin{array}{c} m.\overrightarrow{V_{G\in S/R_g 3}} \\ \overrightarrow{\sigma_{A\in S/R_g}} \end{array} \right\}$$

$$\overrightarrow{\sigma_{A\in S/R_g}} = \overrightarrow{\sigma_{B\in S/R_g}} + \overrightarrow{AB} \wedge m.\overrightarrow{V_{G\in S/R_g 3}}$$

Calcul du moment cinétique par la matrice d'inertie :

$$\boxed{\overrightarrow{\sigma_{A\in S/R_g}} = \bar{\bar{I}}_{(A,S)} \cdot \overrightarrow{\Omega_{S/R_g}} + m \cdot \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{V_{A\in S/R_g}}}$$

4 Matrice d'inertie

Forme de la matrice d'inertie en fonction de la forme du solide

Pour un solide quelconque : $\bar{\bar{I}}_{(O,S)} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_b$

Le solide a le plan $(O, \overrightarrow{x_s}, \overrightarrow{y_s})$ de symétrie $\bar{\bar{I}}_{(O,S)} = \begin{pmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_s},\overrightarrow{y_s},\overrightarrow{z_s})}$

Le solide a 2 plans de symétries perpendiculaires : $\bar{\bar{I}}_{(O,S)} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_s},\overrightarrow{y_s},\overrightarrow{z_s})}$

Le solide a 1 axe de révolution $(O, \overrightarrow{z})$: $\bar{\bar{I}}_{(O,S)} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_s},\overrightarrow{y_s},\overrightarrow{z_s})}$ $\left(A = B = \dfrac{C}{2} + \displaystyle\int_S z^2 \cdot dm\right)$

Calcul du moment d'inertie de S par rapport à l'axe $\Delta = (O, \overrightarrow{u})$

$$I_\Delta = \overrightarrow{u} \cdot \left(\bar{\bar{I}}_{(O,S)} \cdot \overrightarrow{u}\right)$$

Théorème de Huygens pour passer du centre de gravité à un autre point O tel que $\overrightarrow{OG} = a \cdot \overrightarrow{x} + b \cdot \overrightarrow{y} + c \cdot \overrightarrow{z}$

$$\bar{\bar{I}}_{(O,S)} = \bar{\bar{I}}_{(G,S)} + m \cdot \begin{pmatrix} b^2 + c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2 + c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

5 Relation entre le torseur cinétique et le torseur dynamique

$$\boxed{\overrightarrow{\delta_{A\in S/R_g}} = \left(\frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_{A\in S/R_g}}\right)_{R_g} + m \cdot \left(\overrightarrow{V_{A/R_g}} \wedge \overrightarrow{V_{G/R_g}}\right)}$$

6 Principe Fondamental de la Dynamique

Pour l'isolement d'un solide S :

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}_A = \left\{\mathcal{D}_{S/R_g}\right\}_A}$$

Pour l'isolement d'un ensemble de solides $\Sigma = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$:

$$\{\mathcal{T}_{ext\to\Sigma}\}_A = \left\{\mathcal{D}_{S_1/R_g}\right\} + \left\{\mathcal{D}_{S_2/R_g}\right\} + \cdots + \left\{\mathcal{D}_{S_n/R_g}\right\}$$

Théorème de la résultante dynamique :

$$\sum \overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} = m_s.\overrightarrow{\Gamma_{G\in S/R_g}}$$

Théorème du moment dynamique en A :

$$\sum \overrightarrow{M_A\{\mathcal{T}_{ext\to S}\}} = \overrightarrow{\delta_{A\in S/R_g}}$$