Dynamique

TD 9

Réf. Programme: S4122 - Solide indéformable, approche dynamique
Compétences visées: B2-09, B2-11, C2-11, C2-16, C2-17

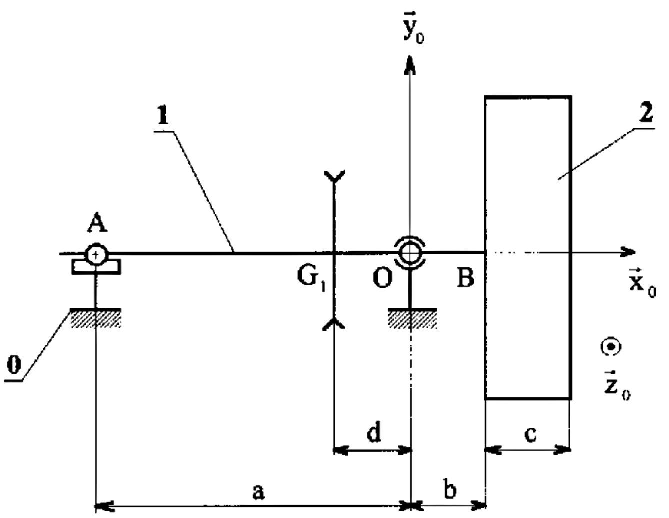
v1.1

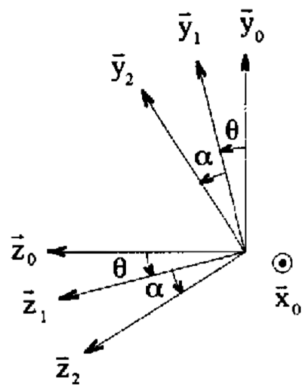
Lycée Richelieu – 64, rue Georges Sand – 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

Équilibreuse

1 Présentation

L'équilibreuse étudiée permet l'équilibrage des roues démontées. Elle est constituée d'un arbre **1** guidé en rotation par deux paliers à roulement en O et A. Ces paliers en liaison élastique avec le bâti **0**, dans une seule direction à l'aide de deux lames flexibles, permettent l'enregistrement des composantes horizontales des résultantes d'action mécanique dans les paliers à roulement, par l'intermédiaire de deux capteurs couplés à un repérage de la position angulaire de l'arbre **1**.

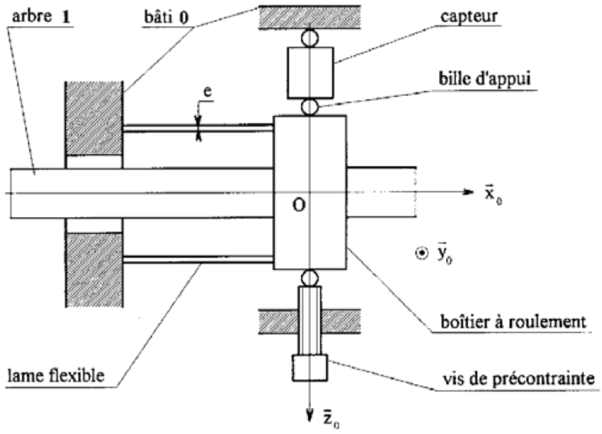




? **Problématique**

Déterminer les masses des masselottes à rajouter sur une roue mal équilibrée, ainsi que leur position angulaire.

2 Données et hypothèses



- Le repère $R_0\,(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ est lié au bâti **0** ($\overrightarrow{y_0}$ vertical ascendant).
- Le repère $R_1\,(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ est lié à l'arbre **1**. On pose $\theta = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1})$ avec $\dot{\theta} = \text{cste}$.
- L'arbre **1** est entraîné en rotation par une courroie sur une poulie fixée au centre d'inertie G_1 de l'arbre **1**. Le torseur d'action mécanique de la courroie sur la poulie est de la forme :

$$\{\mathcal{T}_{C\to P}\} = \underset{G_1}{\left\{\begin{array}{c} -T.\overrightarrow{y_0} \\ C_m.\overrightarrow{x_0} \end{array}\right\}}$$

L'arbre **1** (avec la poulie), de masse m_1, a pour moment d'inertie I_1 par rapport à l'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$ et est équilibré en rotation.

- La roue **2**, à équilibrer est fixée sur **1**. Le repère $R_2\,(B,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ est lié à la roue **2** avec $\alpha = (\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2})$ angle constant mais à priori inconnu. La roue **2**, de masse m_2, a pour centre d'inertie G_2 dont la position est donnée par $\overrightarrow{BG_2} = h.\overrightarrow{x_0} + \rho.\overrightarrow{z_2}$, h et ρ étant des inconnues. La matrice d'inertie en B de la roue **2** dans la base $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ est de la forme :

$$\bar{\bar{I}}_{(B,2)} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{b_2}$$

- On note les torseurs d'actions mécaniques de **0** sur **1** :

$$\{\mathcal{T}^{O}_{0\to1}\} = \underset{O}{\left\{\begin{array}{cc} X_O & 0 \\ Y_O & 0 \\ Z_O & 0 \end{array}\right\}}_{b_0} \qquad \text{et} \qquad \{\mathcal{T}^{A}_{0\to1}\} = \underset{A}{\left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{array}\right\}}_{b_0}$$

3 Travail demandé

Question 1 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble $\{$**1+2**$\}$ en O, déterminer les composantes X_O, Y_O, Z_O, Y_A et Z_A des résultantes d'actions mécaniques du bâti **0** sur l'arbre **1** en fonction des données.

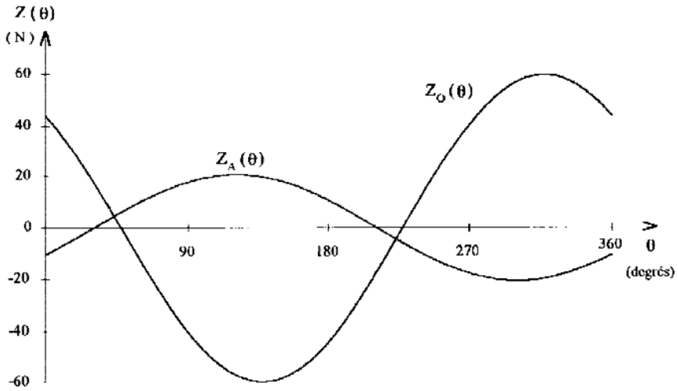
On utilise deux capteurs d'efforts, en O et A, situés dans un plan horizontal et couplés à un capteur angulaire de l'arbre **1**, pour mesurer les composantes suivant $\overrightarrow{z_0}$ des résultantes d'action mécanique $Z_O(\theta)$ et $Z_A(\theta)$ du bâti **0** sur l'arbre **1**.

Question 2 Déterminer, en fonction de $Z_O(0)$, $Z_O(\frac{\pi}{2})$, $Z_A(0)$, $Z_A(\frac{\pi}{2})$, les coordonnées ρ et α du centre d'inertie G_2 de la roue **2**, ainsi que les produits d'inertie E et F.

On donne :

- $m_2 = 18\,\text{kg}$
- $a = 460\,\text{mm}$
- $b = 80\,\text{mm}$
- $\dot{\theta} = 60\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Les capteurs fournissent les courbes ci-contre ainsi que le tableau de valeurs :



θ (deg)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Z_O (N)	44,05	18,00	-12,86	-40,29	-56,92	-58,29	-44,05	-18,00	12,86	40,29	56,92	58,29
Z_A (N)	-10,53	-0,28	10,04	17,68	20,57	17,96	10,53	0,28	-10,04	-17,68	-20,57	-17,96

Question 3 En déduire les valeurs numériques de ρ, α, E et F.

La roue sera équilibrée avec deux masselottes **3** et **4**, assimilables à des points matériels M_3 et M_4 de masse m_3 et m_4, situées de part et d'autre de la jante, de telle sorte que :

$$\overrightarrow{BM_3} = r.\overrightarrow{u_3} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BM_4} = c.\overrightarrow{x_0} + r.\overrightarrow{u_4} \quad \text{avec} \quad \beta_i = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{u_i})$$

r étant le rayon de la jante et c son épaisseur.

Question 4 Écrire les conditions d'équilibrage de la roue **2**.

On pose : $r = 190\,\text{mm}$ et $c = 180\,\text{mm}$.

Question 5 En déduire les valeurs numériques de m_3, m_4, β_3 et β_4.