Dynamique

TD 8

Réf. Programme: S4122 - Solide indéformable, approche dynamique
Compétences visées: B2-09, C2-17, C2-18

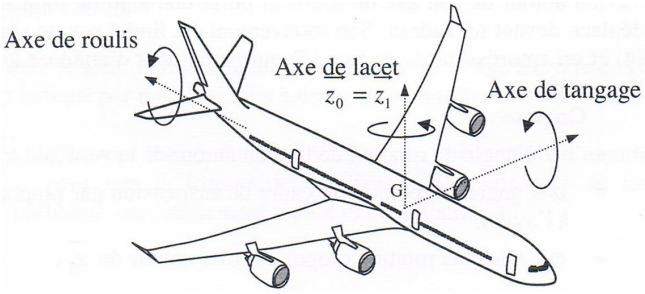
v1.12

Lycée Richelieu – 64, rue George Sand – 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

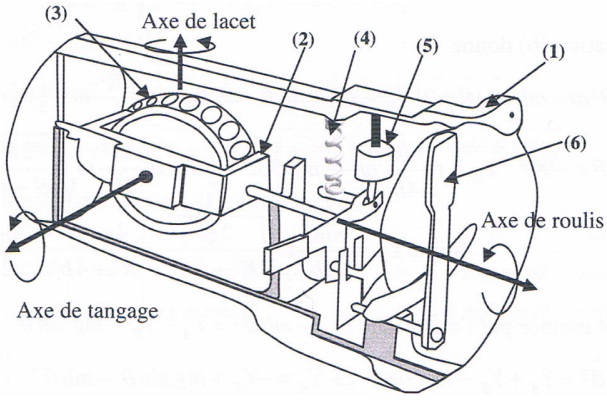
Indicateur de virage

1 Présentation

Les mouvements d'un avion **1** dans l'espace sont au nombre de 3 (le lacet, le roulis et le tangage) comme indiqué sur la figure ci-contre. Dans ce problème, on s'intéresse uniquement au mouvement de lacet et on fait donc l'hypothèse que l'avion vire « à plat » (pas de tangage, ni de roulis : $\overrightarrow{z_1}$ reste vertical et parallèle à $\overrightarrow{z_0}$).



Un gyromètre ou indicateur de virage est un appareil utilisé en navigation aérienne pour visualiser la rotation en lacet d'un avion **1**. Il est constitué d'un rotor **3** dont l'axe est confondu avec l'axe de tangage de l'avion. C'est une suspension « un axe » dont l'axe du rotor ne peut pivoter qu'autour de l'axe de roulis de l'avion.

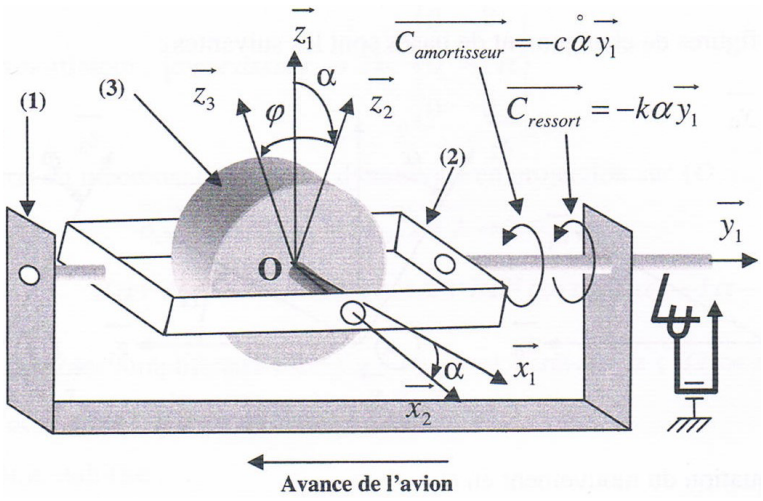


Repère	Nom	Repère	Nom
1	Bâti lié à l'avion	4	Ressort de rappel
2	Cadre	5	Amortisseur
3	Rotor	6	Aiguille

Le rotor **3** muni d'augets à sa périphérie est actionné par un jet d'air comprimé (non représenté sur la figure). Sa fréquence de rotation ω atteint 6000 tr/min.

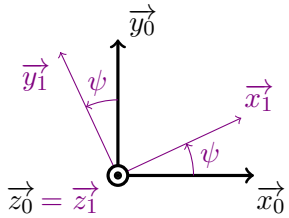
Le cadre de suspension **2** du rotor est en liaison pivot par rapport à l'avion autour de son axe de roulis et porte une aiguille indicatrice **6** qui se déplace devant un cadran. Son mouvement est limité par un ressort de torsion **4** et un amortisseur de torsion **5** qui permettent d'atténuer les vibrations de l'ensemble.

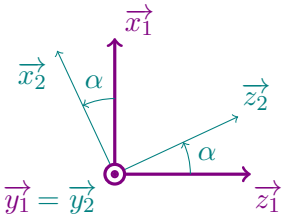
2 Données

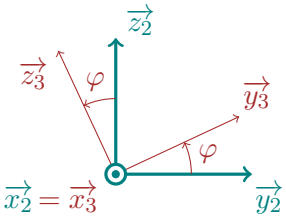


On associe à la terre la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ avec $\overrightarrow{z_0}$ axe vertical ascendant. On pose :

- ψ l'angle de rotation de l'avion autour de la verticale $\overrightarrow{z_0}$,
- α l'angle de rotation du cadre de suspension par rapport au cadran lié à l'avion,
- φ ça l'angle de rotation propre du rotor autour de $\overrightarrow{x_2}$.







On note k la raideur du ressort en torsion et c la constante d'amortissement de l'amortisseur en torsion. On considère la matrice d'inertie du rotor suivante :

$$\bar{\bar{I}}_{(O,3)} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}_{b_2} \quad \text{avec } A = 14{,}8 \times 10^{-6}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

On néglige la masse et l'inertie de $\{\mathbf{2}, \mathbf{6}\}$ par rapport à celle de **3**. Les centres d'inertie du rotor et du cadre de suspension coïncident avec le point O.

? Problématique

L'objectif de cette étude est de comprendre comment dimensionner l'amortissement du système de mesure pour améliorer la fiabilité de la lecture de la vitesse de rotation.

3 Travail demandé

Question 1 Établir l'équation différentielle en α du mouvement du cadre **2** lors d'un virage de l'avion en vitesse de rotation $\dot{\psi} = \Omega = \text{cste}$.

Question 2 Montrez qu'en régime stabilisé ($\dot{\alpha} = 0$ et $\ddot{\alpha} = 0$) une déviation faible de l'aiguille α est proportionnelle à la vitesse angulaire Ω de l'avion.

Question 3 Comment peut-on faire varier la sensibilité du système $\dfrac{d\Omega}{d\alpha}$?

Question 4 Quelle est la valeur de k pour qu'une fréquence angulaire moyenne du mouvement de lacet $\Omega = 0,5\,\text{tr/min}$ corresponde à une déviation de l'aiguille de 15° ?

Question 5 Donner le sens de rotation du rotor pour qu'un virage à droite de l'avion soit indiqué par une déviation à droite de l'aiguille.

Question 6 Quelles sont les conditions à vérifier par la constante d'amortissement c pour que la lecture de la vitesse de rotation Ω se fasse sans problème (amortissement rapide des oscillations) ?