



# RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

TD 5

Réf. Programme: S412-Comportement du solide déformable  
Compétences visées: B2-14, B2-15, C2-25, C2-28

v1.21

Lycée Richelieu – 64, rue George Sand – 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

## AÉROGÉNÉRATEUR

### 1 Présentation

L'étude porte sur un aérogénérateur dont une photographie est donnée ci-contre.

La fabrication fait appel à des matériaux et à des procédés classiques de l'industrie mécanique et électrotechnique. Elle ne pose donc pas de problèmes particuliers vis-à-vis de l'environnement.

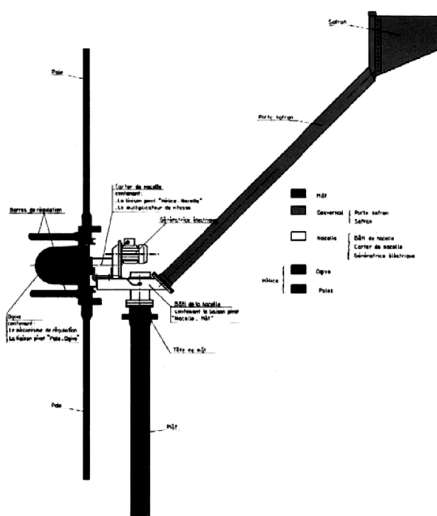
Le choix d'un site pour l'installation résulte de l'optimisation de plusieurs paramètres :

- Le gisement éolien doit être bon : une vitesse moyenne annuelle de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  à la hauteur de l'axe de l'hélice est un minimum pour atteindre une rentabilité économique suffisante des projets ;
- Les alentours doivent être dégagés ; pas de bâtiment ni d'arbres à plusieurs centaines de mètres ;
- Les normes de bruit maximal des aérogénérateurs pour le voisinage doivent être respectées (45 db à 200 m par exemple au Danemark).



Un aérogénérateur comprend :

- Un mât haubané ;
- Une nacelle orientable par rapport au mât supportant la génératrice électrique,
- Un safran assurant l'orientation dans le vent de l'aérogénérateur ;
- Une hélice comportant l'ogive et les deux pales.



La nacelle fait l'objet d'une liaison pivot d'axe vertical par rapport au mât. L'hélice fait l'objet d'une liaison pivot d'axe horizontal par rapport à la nacelle. En vue d'assurer une vitesse de rotation de l'hélice, donc de la génératrice,

presque indépendant des humeurs du vent, il existe un mécanisme de régulation. Ce mécanisme assure l'orientation de l'angle d'incidence de l'hélice dans le lit du vent. Chaque pale fait ainsi l'objet d'une liaison pivot avec l'ogive, d'axe perpendiculaire à l'axe de rotation de l'hélice.

Le mécanisme de l'aérogénérateur, schématisé sur la figure ci-dessus, est constitué de :

- Un rotor **1** appelé aussi « hélice » en liaison pivot d'axe horizontal par rapport à la nacelle **0** ;
- Deux ensembles « pale-barre de régulation ». Seul un des deux ensembles est représenté, numéroté **2**, désigné par le terme « ensemble pale », en liaison pivot par rapport au rotor (la barre de régulation n'apparaît pas sur la figure) ;
- Un ensemble de ressorts pour chaque ensemble-pale, destiné à assurer le démarrage de l'aérogénérateur et sa régulation. Cet ensemble est schématisé par un ressort unique **R**.

Dans toute l'étude, la nacelle sera supposée fixe par rapport au mât, ce qui permet de considérer comme galiléen tout repère lié à la nacelle.

---

### Objectif

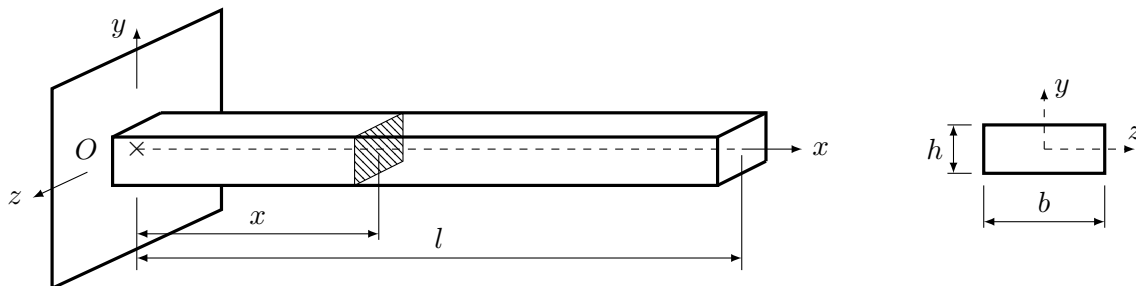
---

L'objectif de cette étude porte sur l'analyse des sollicitations appliquées à une pale en vue de son dimensionnement.

---

## 2 Modélisation

La pale est modélisée par une poutre rectiligne de section rectangulaire constante (largeur  $b$ , hauteur  $h$ ), de longueur  $L$ , encastree à l'une de ses extrémités et libre à l'autre. Le matériau qui la constitue (bois) a pour masse volumique  $\rho$  et pour module d'Young  $E$ .



## 3 Hypothèses

- Les seuls efforts pris en compte dans cette étude sont les efforts de traction dus aux effets d'inertie et les efforts de flexion dus à l'action du vent sur la pale.
- L'effet de la pesanteur est négligé devant les autres actions mécaniques.
- La disposition du repère lié à la pale et le paramétrage sont définis sur la figure ci-dessus.
- On négligera dans la suite le rayon  $r_1$  (écart entre axe de rotation de l'hélice et encastrement de celle-ci sur le nez ; voir figure ci-dessous).

## 4 Travail demandé

### 4.1 Étude de la pale en traction

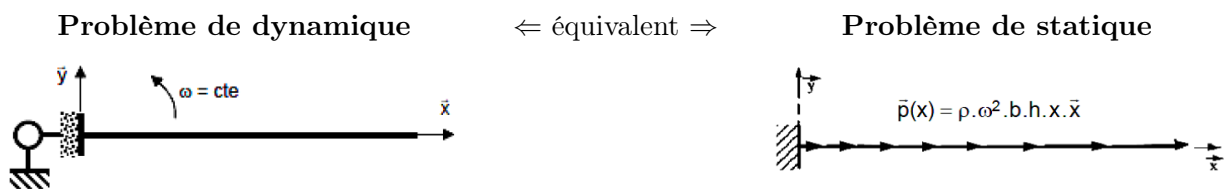
Dans la modélisation utilisée, la pale tourne autour de l'axe  $(O, \vec{z})$ .

On cherche à déterminer l'expression de l'effort normal  $N(x)$  le long de la poutre du aux effets d'inertie.

**Question 1** Isoler un élément de pale de longueur infinitésimale  $dx$  situé entre deux sections de coupe d'abscisse  $x$  et  $x + dx$  et lui appliquer le principe fondamental de la dynamique. En déduire l'expression de l'effort normal  $N(x)$ .

**Question 2** Montrer que l'on retrouve le même résultat en réalisant une coupure d'abscisse  $x$  dans la pale et en isolant la partie de droite.

**Question 3** Montrer que ce problème de dynamique est équivalent à un problème de statique dans lequel serait soumise à une densité linéique de charge ayant pour expression  $\vec{p}(x) = \rho\omega^2 b h x \cdot \vec{x}$ .



La pale est mobile en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{z})$ . Elle tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  constante par rapport au bâti.

La pale est fixe par rapport au référentiel d'étude. Elle est soumise à une densité linéique d'effort appliquée à toute section droite d'abscisse  $x$ .

**Question 4** Tracer le diagramme de  $N(x)$ .

**Question 5** Exprimer la contrainte de traction  $\sigma_{x,traction,max}$ . Dans quelle section est-elle atteinte ?

**Question 6** Calculer numériquement la contrainte maximale de traction avec les données suivantes :  $\omega = 10\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  ;  $L = 2 \text{ m}$  ;  $b = 150 \text{ mm}$  ;  $h = 25 \text{ mm}$  ;  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

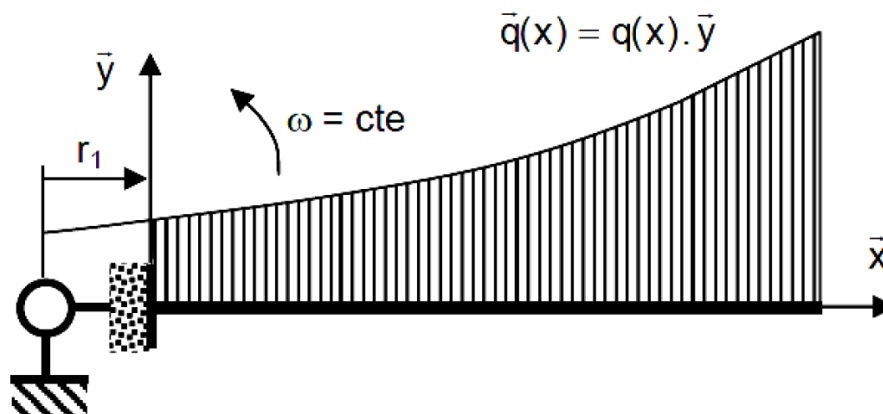
**Question 7** Déterminer littéralement puis numériquement l'allongement de la pale sachant que  $E$  vaut 16 GPa.

### 4.2 Étude de la pale en flexion

On néglige les déformations induites par l'effort tranchant devant celles de du moment fléchissant (hypothèse d'Euler-Bernoulli). L'action du vent sur la pale est modélisée par une charge répartie de la forme :

$$\vec{q}(x) = q(x) \cdot \vec{y} = K \left( V^2 + (r_1 + x)^2 \omega^2 \right) \cdot \vec{y} \simeq K \left( V^2 + x^2 \omega^2 \right) \cdot \vec{y}$$

avec  $K$  une constante aérodynamique et  $V$  la vitesse du vent par rapport au sol.



**Question 8** Déterminer le moment de flexion  $Mf_z(x)$  en toute section droite de la pale. Tracer le diagramme correspondant.

**Question 9** Dans quelle section droite la contrainte normale maximale  $\sigma_{x,\text{flexion},\text{max}}$  en flexion est atteinte? Quelle est sa valeur?

**Question 10** Calculer cette valeur avec  $K = \frac{7}{4\pi^2}$  et  $V = 6 \text{ m.s}^{-1}$ .

### 4.3 Étude globale de la pale

**Question 11** Dédire des résultats précédents la contrainte normale maximale dans la pale.

Le bois constituant la pale possède une limite pratique à l'élongation de  $R_{pe} = 25 \text{ MPa}$ .

**Question 12** La pale est-elle correctement dimensionnée? Quelles solutions peuvent être envisagées pour résoudre ce problème?