

## TD de transfert

### POMPE À PISTON RADIAL

#### 1 Introduction

Les figures ci-dessous présentent l'écorché d'une pompe moyenne pression à piston radial, ainsi qu'un modèle sous forme de schéma cinématique (dans la suite du TD, le ressort sera toujours négligé).

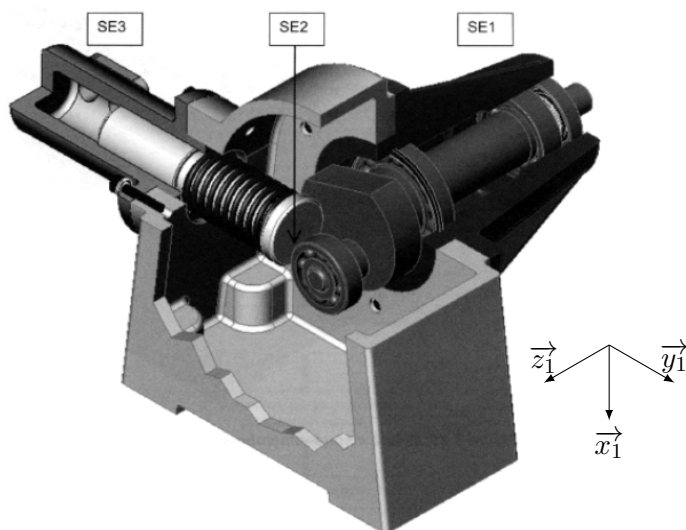


FIGURE 1 – Modèle 3D

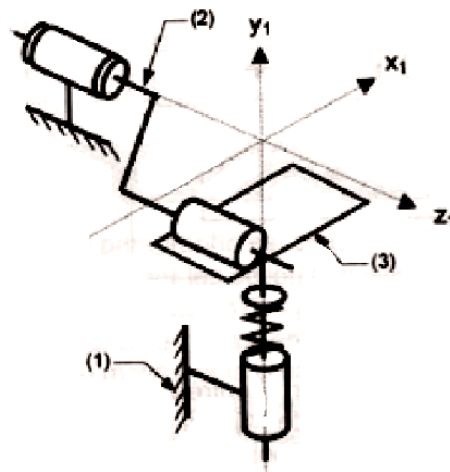


FIGURE 2 – Schéma cinématique

#### Objectif

L'objectif de cette activité est de mieux comprendre la notion d'hyperstatisme en étudiant les conséquences géométriques d'un degré d'hyperstatisme non nul. On s'intéressera ensuite aux moyens de rendre un mécanisme isostatique.

## 2 Travail demandé

### 2.1 Détermination du degré d'hyperstatisme

**Question 1** Établir le graphe de liaisons de la pompe.

Le nombre de chaînes dépend directement du schéma cinématique et donc des modèles adoptés. Dans le cas où il aurait été choisi de décomposer la liaison entre l'arbre moteur **2** et le carter **1** en deux liaisons, l'une rotule et l'autre sphère cylindre, le graphe des structures aurait mis en évidence plusieurs boucles.

**Question 2** Calculer le nombre cyclomatique dans les deux cas.

A partir du schéma cinématique, un paramétrage est introduit. Les données géométriques sont des dimensions à priori fixes (ou éventuellement réglables) :

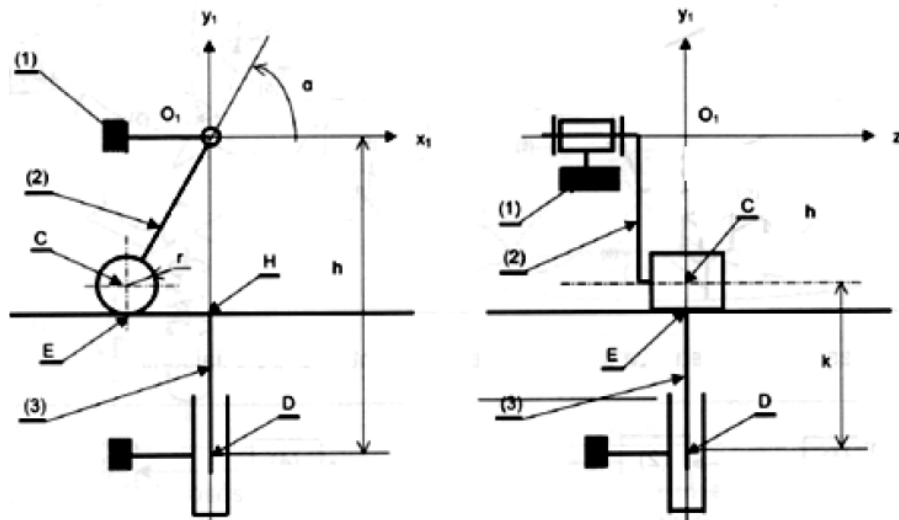


FIGURE 3 – Paramétrage (vues de face et de gauche)

- $O_1C = e$ ,  $O_1D = h$ ,  $CE = r$  ;
- Les paramètres géométriques sont les degrés de liberté qui caractérisent la position des éléments du mécanisme en fonction du temps :
  - ◊  $k$  : position axiale du piston par rapport à l'arbre du carter ;
  - ◊  $\alpha$  : position angulaire de l'arbre d'entrée par rapport au carter.

**Question 3** Calculer  $I_c$  et  $m$ .

#### 2.1.1 Approche cinématique

**Question 4** Écrire les torseurs cinématiques de chacune des liaisons.

**Question 5** Écrire les 6 équations provenant de la fermeture de la chaîne cinématique en  $O_1$ .

**Question 6** En déduire le degré d'hyperstatisme du système.

### 2.1.2 Approche statique

**Question 7** Écrire les torseurs des actions mécaniques.

**Question 8** Écrire les équations provenant du PFS en isolant **2** puis **3**

**Question 9** En déduire le degré d'hyperstatisme du système.

Après résolution on constate une indétermination des composantes de moments  $L$ . Par contre dans le plan de fonctionnement, toutes les actions sont calculables. Leur représentation figure ci-dessous.

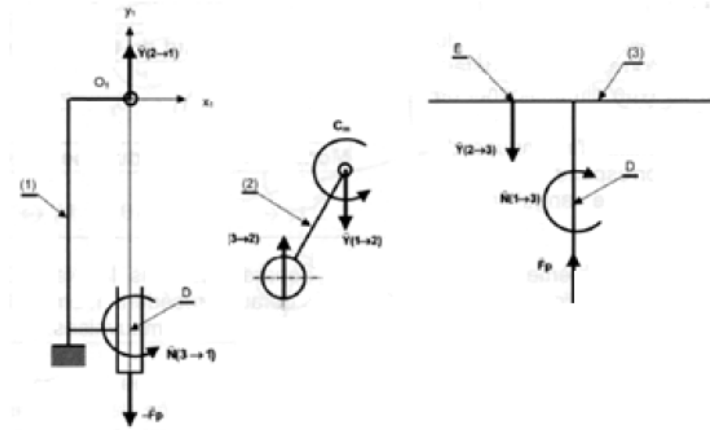


FIGURE 4 – Actions mécaniques calculables

La relation entrée-sortie du système peut être déterminée :  $C_m = eF_p \cos \alpha$ .

La position qui nécessite le plus de couple est pour  $\alpha = 0$ , c'est-à-dire lorsque l'excentrique « est à l'horizontale », en début de compression. Le couple moteur minimal devra donc être supérieur à  $eF_p$ .

## 2.2 Évidence géométrique de l'hyperstatisme

On notera que le problème de l'hyperstaticité apparaît ici dans le plan  $(O_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  orthogonal au plan de fonctionnement. Donc le défaut précédent **n'empêche pas le mécanisme de fonctionner** mais ceci se fera dans de **mauvaises conditions** si certaines précautions ne sont pas prises.

Ici à la famille d'inconnues  $L_i$  correspond un défaut  $\theta_x$  qui engendre les moments  $L_O$ ,  $L_E$  et  $L_D$  respectivement dans les liaisons en  $O_1$ , en  $E$  et en  $D$ . Ce défaut peut **provenir de chacune des pièces** et non d'une pièce particulière. C'est le propre des chaînes de pièces en série.

La figure ci-dessus montre l'influence du défaut  $\theta_x$ , par exemple s'il est localisé au niveau de l'alésage du carter **1**. Ce défaut engendre des efforts et des déformations au niveau de chaque pièce. En se reportant au système d'équation de statique, on constate que si  $F_p$  et  $C_m$  sont nuls, l'hyperstaticité demeure et que l'influence du défaut reste entière. L'hyperstaticité est un problème structurel en particulier dans le choix des liaisons et non un problème d'efforts extérieurs exercés sur le mécanisme.

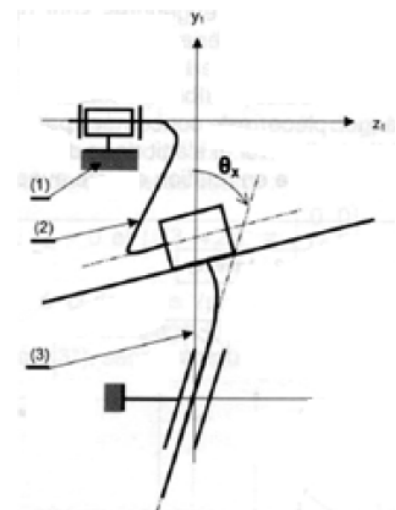


FIGURE 5 – Influence du défaut  $\theta_x$

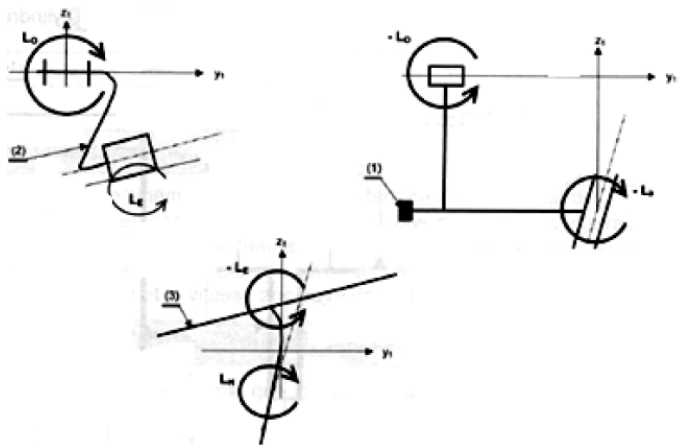


FIGURE 6 – Inconnues de liaison  $L_i$

On en conclut que l'influence du ou des défauts nuisibles apparait **dès le montage** et engendre des **autocontraintes** dans les pièces. Ces autocontraintes **s'ajoutent aux contraintes mécaniques dues aux actions extérieures** (couple moteur, action du fluide) et la tenue des pièces s'en ressent ainsi que le rendement du mécanisme (par exemple le moment  $L_H$  entre le piston et le cylindre accroît les pertes énergétiques car il génère des charges radiales qui, par conjugaison du frottement et du glissement, entraînent des pertes calorifiques).

La figure ci-dessus montre, pour chaque pièce, les inconnues de liaison de la famille  $L_i$  en place. Les déformations ont été amplifiées et suggèrent les autocontraintes qui vont naître dans chaque pièce.

### 2.3 Rendre l'assemblage isostatique

Ici la famille des inconnues hyperstatiques est celle des  $L_i$ , les défauts géométriques correspondants sont  $\theta_x$  donc il faut ajouter 1 degré de liberté du type rotation à l'une des liaisons. La liaison modifiable est  $\mathcal{L}_{2/3}$ , les deux autres ayant des fonctions qui ne permettent pas d'ajout de degré de liberté.

La liaison  $\mathcal{L}_{2/3}$  peut être transformée en contact ponctuel pour rendre le mécanisme isostatique. Le schéma d'un mécanisme isostatique est représenté ci-dessous (première figure). En réalité, le roulement rigide à une rangée de billes en  $C$  (rotulage très faible de  $5'$ ) est remplacé par un roulement à rotule (rotulage important  $3^\circ$ ), seconde figure.

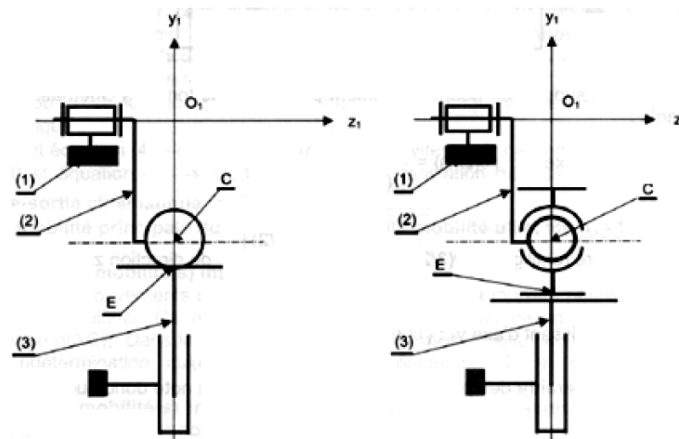


FIGURE 7 – Modification proposée

**Question 10** Montrez que ces deux schémas sont bien équivalents.

## 2.4 Détermination intuitive de $h$

On peut rechercher la famille d'inconnues hyperstatiques de façon intuitive. Une méthode subjective consiste à recenser les défauts gênant le montage de **3** dans **1**.

Autrement dit, il s'agit de déterminer la (ou les) composantes du torseur des petits déplacements de **3** par rapport à **2** nuisibles au point  $D$  :

$$\{U_{3/1}\}_D = \begin{Bmatrix} d\theta_x & dD_x \\ d\theta_y & dD_y \\ d\theta_z & dD_z \end{Bmatrix}_{b_1}$$

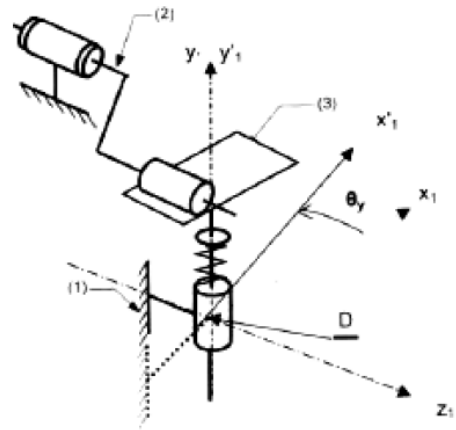


FIGURE 8 – Défaut  $\theta_y$  en  $D$

### 2.4.1 Défauts de type angulaire

**Défaut  $\theta_y$**  (voir figure 8 ci-dessus) : la position angulaire du piston **3** par rapport à l'alésage de **1**, selon  $\vec{y}_1$ , n'a pas l'influence compte tenu du degré de liberté de la liaison pivot glissant de sortie et aussi du degré de liberté de la liaison linéaire rectiligne en  $E$  (un seul degré de liberté aurait suffi, les deux degrés mettent en évidence l'existence d'une mobilité interne)

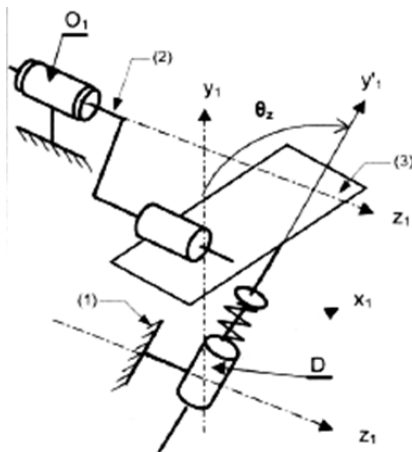


FIGURE 9 – Défaut  $\theta_z$  en  $D$

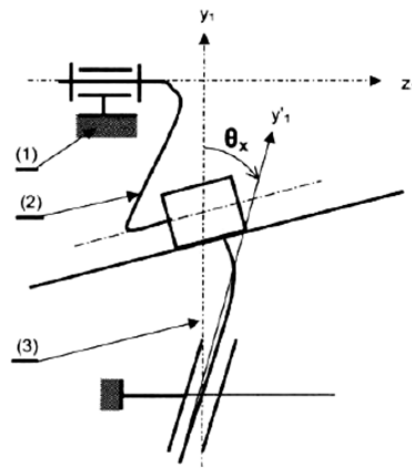
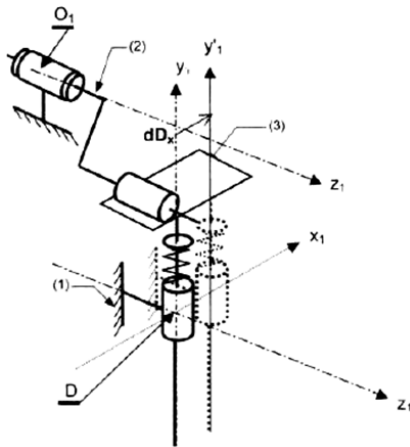
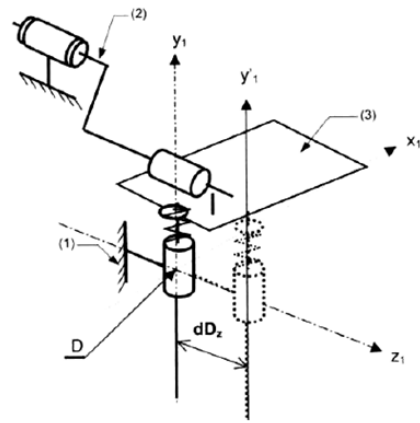


FIGURE 10 – Défaut  $\theta_x$  en  $D$

**Défaut  $\theta_z$**  (fig. 9) : la position angulaire du piston **3** par rapport à l'alésage de **1**, selon  $\vec{z}_1$ , n'a pas d'influence compte tenu du degré de liberté de la liaison pivot d'entrée et aussi du degré de liberté de la liaison linéaire rectiligne en  $E$ . Le mécanisme fonctionne avec un défaut  $\theta_z$  tel que l'axe  $(D, \vec{y}_1)$  ne coupe plus l'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$ .

**Défaut  $\theta_x$**  (fig. 10) : la position angulaire du piston **3** par rapport à l'alésage de **1**, selon  $\vec{x}_1$ , a une influence certaine car aucune liaison en amont ne permet de compenser ce défaut. La famille d'inconnues hyperstatiques associée à ce défaut est bien celle des moments  $L_i$  mis en évidence dans l'étude statique.

### 2.4.2 Défauts de type dimensionnel

FIGURE 11 – Défaut  $dD_x$  en  $D$ FIGURE 12 – Défaut  $dD_z$  en  $D$ 

**Défaut  $dD_x$**  (fig. 11) : les liaisons en amont de  $D$  permettent de compenser tout décalage de  $\mathbf{3}$  par rapport à  $\mathbf{1}$  selon  $\vec{x}_1$ . La liaison linéaire rectiligne en  $E$  possède un degré de liberté en translation selon  $\vec{x}_1$  qui fait l'affaire. Le mécanisme fonctionne avec un défaut  $dD_x$  tel que l'axe  $(D, \vec{y}_1)$  ne coupe plus l'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$ .

**Défaut  $dD_y$**  : le degré de liberté de la liaison pivot glissant de sortie rend tout défaut  $dD_y$  sans effet. Nous sommes là au niveau du mouvement de translation de sortie et parler d'un tel défaut n'a pas de sens.

**Défaut  $dD_z$**  (fig. 12) : les liaisons en amont de  $D$  permettent de la même manière de compenser tout désaxage de  $\mathbf{3}$  par rapport à  $\mathbf{1}$  selon  $\vec{z}_1$ . La liaison linéaire rectiligne en  $E$  possède un degré de liberté en translation selon  $\vec{z}_1$  qui fait l'affaire. Le mécanisme fonctionne donc avec le défaut  $dD_z$ .

## 2.5 Conclusion

**Question 11** En résumé quel est le défaut plus influent ?