

CINÉMATIQUE

TD

CPGE

Compétences visées: B2-28, B2-31, B2-33

v1.2

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

SPACE MOUNTAIN

1 Présentation

Le *Space Mountain* est une attraction installée au parc *Disneyland Paris*. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement de la montagne russe, évoquant un canon, est une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train (contenant les passagers) afin de le propulser.



2 Problématique

Les critères suivants caractérisent la fonction de propulsion :

Critères	Niveaux
Temps de cycle	$t < 30 \text{ s}$
Fréquence de lancement	1 toutes les 36 s
Masse propulsée	7500 kg maxi
Inclinaison voie	34°
Vitesse de propulsion	$18 \text{ m.s}^{-1} \pm 5 \%$
Accélération	$8 \text{ m.s}^{-2} \pm 1 \text{ m.s}^{-2}$
Dépassement des capacités humaines	0

Objectif

On s'intéresse dans ce sujet à valider le non-dépassement des capacités humaines en termes d'accélération supportées.

On donne ci-dessous le modèle cinématique de la catapulte et d'un passager.

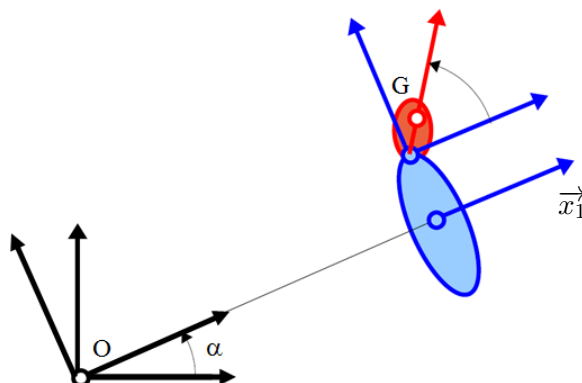


FIGURE 1 – Modèle cinématique de la catapulte et d'un passager

- On associe au sol le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ est attaché au rail incliné d'un angle α constant avec $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_0) = (\vec{y}, \vec{y}_0)$.
- $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ est le repère attaché à la catapulte. Les repères R_1 et R_0 sont en translation l'un par rapport à l'autre. On note $\overrightarrow{OO_1} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_1$.
- Le corps du passager est immobile par rapport à la catapulte par contre la tête peut pivoter. On associe le repère $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ à la tête du passager avec $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ dépendant du temps. Le centre de gravité de la tête est défini par $\overrightarrow{O_2G} = a_2 \cdot \vec{x}_2$. On a également $\overrightarrow{O_1O_2} = a_1 \cdot \vec{x}_1 + b_1 \cdot \vec{y}_1$.

3 Travail demandé

Question 1 Compléter la FIGURE 1 en faisant apparaître les points et repères manquants. Exprimer les vecteurs taux de rotation $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$, $\overrightarrow{\Omega}_{2/1}$ et $\overrightarrow{\Omega}_{2/0}$.

Question 2 Calculer les vecteurs vitesses instantanées $\overrightarrow{V}_{O_2/0}$ puis $\overrightarrow{V}_{G/0}$.

Question 3 En déduire l'accélération $\overrightarrow{\Gamma}_{G/0}$.

On imagine le cas le plus défavorable en supposant que l'accélération maximale du cahier des charges est supportée par le terme de l'accélération projetée sur y_2 , à savoir $a_2 \ddot{\beta}$ ($\gg \ddot{\lambda}$).

Le corps humain peut supporter des accélérations angulaires jusqu'à 80 rad.s^{-2} . On prendra $a_2 = 0,17 \text{ m}$.

Question 4 Montrer que la spécification de non-dépassement des capacités humaines est vérifiée.