

# CINÉMATIQUE

TD

CPGE

Compétences visées: B2-31, B2-33

v1.2

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

## MANÈGE PIEUVRE

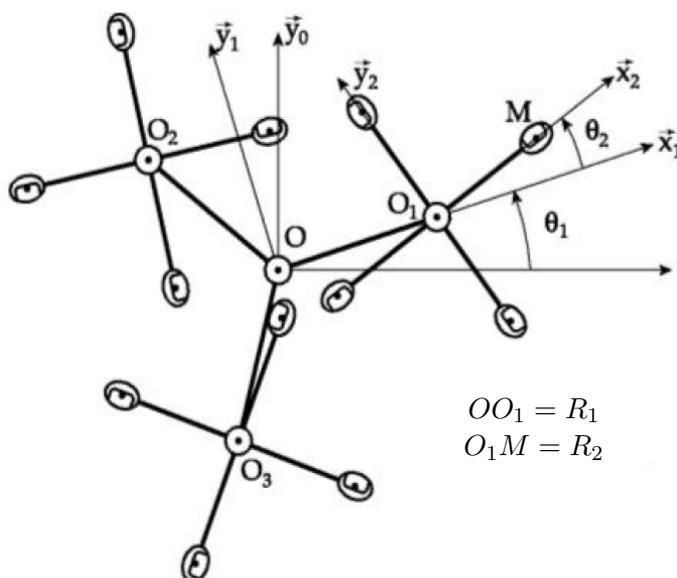
### 1 Présentation

Le manège pieuvre est un classique des foires. Il procure des sensations par son mouvement épicycloïdal qui produit de fortes accélérations. Nous allons étudier la vitesse d'un des sièges de ce manège, auquel on associe le point  $M$ .

Soit  $O$  le centre de rotation principal,  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$  le repère lié au bras principal **1**, en rotation d'angle  $\theta_1$  par rapport à un repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$  fixe par rapport au sol  $\mathbf{0}$ . Soit  $R_2(O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2 = \vec{z}_1)$  un repère accroché au bras secondaire **2** en rotation d'angle  $\theta_2$  par rapport au bras **1**.

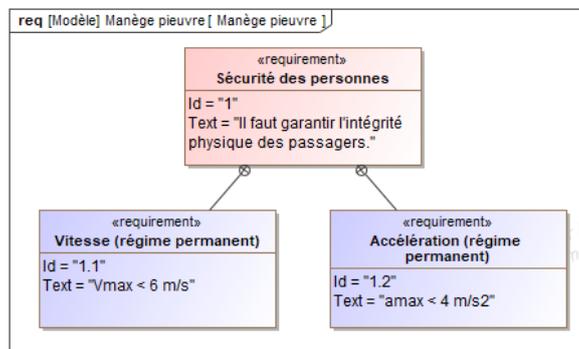


On ne tient pas compte de la possibilité de rotation autour de  $\vec{y}_1$  pour les bras.



$$\begin{aligned} OO_1 &= R_1 \\ O_1M &= R_2 \end{aligned}$$

## 2 Extrait du recueil des exigences



## 3 Travail demandé

**Question 1** Donner les figures de changement de bases relatives aux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Écrire les vecteurs taux de rotation correspondant.

**Question 2** Exprimer le vecteur position  $\overrightarrow{OM}$  le plus simplement possible.

**Question 3** Dériver ce vecteur pour obtenir  $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$ . Mettre cette vitesse sous la forme :

$$\overrightarrow{V_{M \in 2/0}} = R_1 \dot{\theta}_1 \cdot \vec{y}_1 + R_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot \vec{y}_2$$

En observant le manège tourner en régime permanent, on constate que  $\omega_1 = \dot{\theta}_1 = \text{cste}$  et  $\omega_2 = \dot{\theta}_2 = -2\omega_1$ .

**Question 4** Calculer dans ces conditions  $\left\| \overrightarrow{V_{M \in 2/0}} \right\|$  et indiquer pour quelle valeur de  $\theta_2$  cette norme est maximale. En déduire  $\omega_1$  pour satisfaire l'exigence 1.1 (on prendra  $R_1 = 8 \text{ m}$  et  $R_2 = 1 \text{ m}$ ).

**Question 5** Calculer l'accélération  $\overrightarrow{\Gamma_{M \in 2/0}}$  dans le cas où  $\omega_1 = \dot{\theta}_1 = \text{cste}$  et  $\omega_2 = \dot{\theta}_2 = -2\omega_1$  et en déduire la valeur de la norme de l'accélération. Quelle est la norme de l'accélération maximale subie par un passager ? Conclure quant au respect de l'exigence 1.2.

**Question 6** Écrire les torseurs cinématiques  $\{\mathcal{V}_{1/0}\}_{O_1}$  et  $\{\mathcal{V}_{2/0}\}_M$ .