CPGE PTSI-PT Lycée Jean Zay - Thiers	CPGE PTSI/PT - Sciences Industrielles de l'Ingénieur	РТ
	CINÉMATIQUE	TD
	Compétences visées: B2-14, B2-33, C2-09	v1.6

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

# ACCÉLÉRATION DANS UNE CENTRIFUGEUSE HUMAINE

## 1 Mise en situation

Les avions modernes sont capables de fournir de fortes accélérations et des variations très brusques d'accélération qui provoquent la diminution de la pression sanguine dans le cerveau, ce qui peut entraîner des troubles de vision parfois accompagnés de perte de connaissance momentanée du pilote.

Pour prévenir ces pertes de connaissance, et donc pour sauver à la fois l'avion et le pilote, il est nécessaire d'entraîner les pilotes de chasse dans des centrifugeuses modernes qui recréent artificiellement ces accélérations élevées avec des mouvements appropriés de rotation.





FIGURE 1 – Patrouille de France en vol (regroupement et évitement, deux phases éprouvantes pour les pilotes)

Les laboratoires de médecine aérospatiale utilisent les « centrifugeuses humaines » comme moyen d'essais pour rechercher les effets physiologiques des fortes accélérations sur l'équipage, pour développer des moyens de protection contre ces effets (combinaison anti-G par exemple), et pour mettre au point de nouvelles méthodes permettant d'augmenter la tolérance humaine aux accélérations (réglage de l'inclinaison des sièges pilote, exercices de contraction musculaire et de respiration).





© (1) (S) (O)

# 2 Présentation du système étudié

La centrifugeuse se compose de quatre éléments principaux (voir Figure 2):

- un massif-bâti en béton  $\mathbf{0}$  sur lequel est rigidement ancré un pivot assurant le guidage en rotation de la virole  $\mathbf{v}$  ou sous-ensemble  $\mathbf{1}$  autour de l'axe vertical;
- un sous-ensemble 1 en rotation autour de l'axe vertical, constitué d'une virole v qui supporte un contrepoids c et un bras en treillis tubulaire b;
- un anneau, numéroté 2, interposé entre la nacelle et le bras, autorisant les rotations autour de deux axes orthogonaux;
- une nacelle instrumentée, numérotée 3, d'un volume de  $10 \,\mathrm{m}^3$ , équipée d'un siège pour le pilote.

Aux quatre éléments précédents s'ajoutent les équipements complémentaires :

- un générateur de puissance hydraulique;
- un réducteur pouvant transmettre une puissance de l'ordre de  $1\,\mathrm{MW}$  pour le mouvement du sous ensemble 1 par rapport à 0;
- une motorisation embarquée pour les mouvements de roulis et de tangage;
- un double système d'asservissement en position et en vitesse sur chaque axe afin de gérer de manière rigoureuse les trois angles de rotation à tout instant.

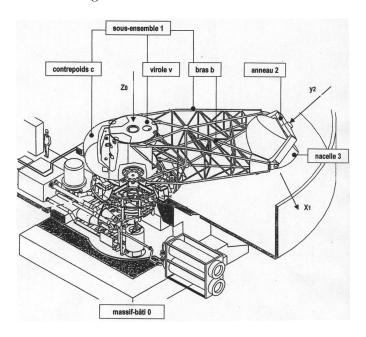


Figure 2 – Dessin de la centrifugeuse humaine étudiée

Cette conception permet de lier de façon univoque, les profils de position (ou de vitesse) relative engendrés au niveau de chaque liaison, à l'évolution temporelle des trois composantes d'accélération. Les consignes de position ou de vitesse à appliquer aux liaisons sont donc directement déduites de l'accélération à reproduire. Chaque liaison est alors motorisée par un actionneur qui doit être asservi à la consigne correspondante et insensible aux perturbations (pesanteur, frottements . . .).

La vitesse de rotation du bras détermine l'intensité de l'accélération imposée au pilote, et l'orientation de la nacelle en roulis et en tangage fixe la direction de l'accélération imposée au pilote. Cette architecture est illustrée par le schéma de la Figure 3. Dans ce schéma, les valeurs de consignes sont notées avec un astérisque pour les différencier des valeurs effectives.

Dans la nacelle, la surveillance du pilote est assurée par des équipements qui enregistrent des





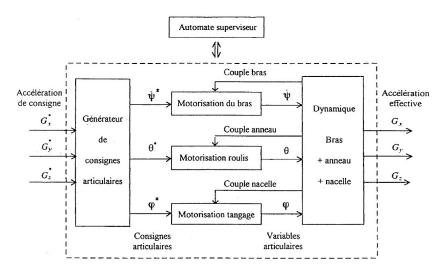


FIGURE 3 – Synoptique général de la partie commande de ce système

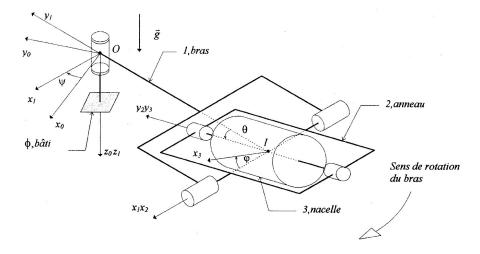
modifications physiologiques afin de constater les déformations du squelette ou le déplacement du cœur pour éviter tout risque vital. Par ailleurs, une équipe médicale d'urgence est mobilisée pendant la durée du test pour intervenir de manière urgente.

### — Objectif –

L'objectif du travail proposé est de déterminer la vitesse de rotation à imposer à la centrifugeuse de manière à ne pas blesser le pilote.

# 3 Validation de l'exigence : Ne pas blesser le pilote

Le schéma cinématique et le paramétrage adopté sont donnés ci-dessous :



Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites donc sans jeu ni frottement.

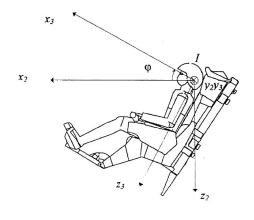
- on associe le repère  $R_0(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$  considéré comme galiléen au massif bâti  $\mathbf{0}$ ;
- l'ensemble 1, auquel on associe le repère  $R_1(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ , est de longueur  $\overrightarrow{OI} = -R.\overrightarrow{y_1}$   $(R = 7,62 \,\mathrm{m})$  et est en rotation d'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  par rapport au bâti  $\mathbf{0}$ ; sa position par rapport au bâti  $\mathbf{0}$  est repérée par l'angle de lacet  $\psi = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ ;



- l'anneau **2**, auquel on associe le repère  $R_2(I, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ , est en rotation d'axe  $(I, \overrightarrow{x_1})$ ; sa position par rapport à l'ensemble **1** est repérée par l'angle de roulis  $\theta = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2})$ ;
- la nacelle 3, à laquelle on associe le repère  $R_3(I, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ , dans laquelle prend place le pilote, est en rotation d'axe  $(I, \overrightarrow{y_2})$ ; sa position par rapport à l'anneau 2 est repérée par l'angle de tangage  $\varphi = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3}) = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$ .

Remarque : le point I correspond également au centre de la tête du pilote, zone à préserver absolument ! En effet, toute accélération latérale (selon la direction  $y_3$ ) entraîne la mort du pilote et il faut donc solliciter le pilote uniquement dans les deux autres directions!

Afin de ne pas blesser le pilote, le cahier des charges impose de maintenir l'axe  $(I, \overline{z_3})$  de la nacelle (qui est en fait l'axe de la colonne vertébrale du pilote), colinéaire avec la résultante des actions de contact exercées par la nacelle  $\bf 3$  sur le pilote (force exercée par la nacelle  $\bf 3$  sur le pilote notée  $\overrightarrow{F_{3\rightarrow {\rm pilote}}}$ ). On note  $m_P$  la masse du pilote. L'accélération de la pesanteur est donnée par :  $\overrightarrow{g}=g.\overrightarrow{z_0}$  avec  $g=9.81~{\rm m.s}^{-2}$ .



Cette condition impose alors des relations (ou consignes) entre l'angle  $\theta$  et la dérivée  $\dot{\psi}$  d'une part, et l'angle  $\varphi$  et les dérivées  $\dot{\psi}$  et  $\ddot{\psi}$  d'autre part.

En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au pilote, on obtient :  $m_P \overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}} = m_P \overrightarrow{g} + \overrightarrow{F_{3 \to \text{pilote}}}$ . On pose  $\overrightarrow{G} = \overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}} - \overrightarrow{g}$  avec  $\overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}}$  accélération de I appartenant à  $\mathbf{3}$  par rapport à  $\mathbf{0}$ .

# 4 Travail demandé

Question 1 Montrer que  $\overrightarrow{G}$  doit être colinéaire à l'axe  $(I, \overrightarrow{z_3})$  pour que le cahier des charges soit respecté.

**Question 2** Tracer les trois figures de changement de bases décrivant les angles  $\psi$ ,  $\theta$  et  $\varphi$ .

## 4.1 Calcul de l'accélération ressentie par le pilote

On note  $a_x = \overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}}.\overrightarrow{x_3}, \ a_y = \overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}}.\overrightarrow{y_3}$  et  $a_z = \overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}}.\overrightarrow{z_3}$  les coordonnées de l'accélération  $\overrightarrow{\Gamma_{I \in 3/0}}$  du point I dans le mouvement de  $\bf 3$  par rapport  $\bf 0$  dans la base  $b_3$   $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ .

Question 3 Exprimer les coordonnées  $G_x$ ,  $G_y$ ,  $G_z$  du vecteur  $\overrightarrow{G}$  dans la base  $b_3(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$  en fonction de  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , g et des paramètres angulaires  $\theta$  et  $\varphi$ .

Question 4 Déterminer le vecteur vitesse  $\overrightarrow{V_{I\in 3/0}}$  du point I dans le mouvement de 3 par rapport 0 par la méthode de la dérivée vectorielle, et par la méthode de la composition du vecteur vitesse avec le champ des vecteurs vitesse.

Question 5 Calculer l'accélération  $\overrightarrow{\Gamma_{I\in 3/0}}$  du point I dans le mouvement de 3 par rapport 0 par la méthode de la dérivée vectorielle.

**Question 6** Montrer alors que dans la base  $b_3(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ :



© ⊕ ⊕ ⊚ BY NC SA

- $\begin{aligned} \bullet & \ a_x = R\ddot{\psi}\cos\varphi + R\dot{\psi}^2\sin\theta\sin\varphi \,; \\ \bullet & \ a_y = R\dot{\psi}^2\cos\theta \,; \\ \bullet & \ a_z = R\ddot{\psi}\sin\varphi R\dot{\psi}^2\sin\theta\cos\varphi. \end{aligned}$

#### 4.2 Recherche des lois du mouvement

Pour la suite, on suppose que  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  rad (ceci se vérifie sur le système réel).

Question 7 Montrer alors que le respect du cahier des charges  $(\overrightarrow{G}$  doit être colinéaire à l'axe  $(I, \overrightarrow{z_3})$ )  $\sqrt{g^2 + R^2 \dot{\psi}^4} \tan \varphi = -R \ddot{\psi}.$  $g \tan \theta = R\dot{\psi}^2$ impose les deux relations:

On se place maintenant en régime permanent à vitesse angulaire constante  $\dot{\psi}$ .

Quelle doit être la valeur de  $\varphi$  pour respecter le cahier des charges. Question 8

Calculer la vitesse angulaire constante  $\dot{\psi}$  à établir pour soumettre le pilote à la valeur Question 9 annoncée de 15g (on prendra  $g = 9.81 \,\mathrm{m.s}^{-2}$ ).