



CINÉMATIQUE

Formulaire

CPGE

Rappels de PTSI

v1.0

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

1 Cinématique du point

1.1 Position, vitesse, accélération

- \overrightarrow{OM} : position d'un point M dans R (O est fixe dans R),
- $\overrightarrow{V}_{M/R} = \left[\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right]_R$: vitesse d'un point M par rapport à R ,
- $\overrightarrow{\Gamma}_{M/R} = \left[\frac{d\overrightarrow{V}_{M/R}}{dt} \right]_R = \left[\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \right]_R$: accélération d'un point M par rapport à R .

1.2 Dérivation vectorielle

Formule de Bour :
$$\left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_1} = \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega}_{R_2/R_1} \wedge \vec{u}$$

Penser à la méthode de dérivation vectorielle sur les figures planes !

2 Cinématique du solide

2.1 Torseur cinématique

$$\{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\}_M = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_1} \\ \overrightarrow{V}_{M \in S_2/S_1} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{2/1}^x \quad V_{M,2/1}^x \\ \omega_{2/1}^y \quad V_{M,2/1}^y \\ \omega_{2/1}^z \quad V_{M,2/1}^z \end{array} \right\}_b$$

Avec :

- $\overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_1}$: vecteur vitesse de rotation de S_2 par rapport à S_1
- $\overrightarrow{V}_{M \in S_2/S_1}$: vecteur vitesse (« linéaire ») du point M appartenant à S_2 par rapport à S_1 .

2.2 Champ des vecteurs vitesses d'un point d'un solide

Formule de Varignon : $\forall A, B \in S_2 : \overrightarrow{V}_{B \in S_2/S_1} = \overrightarrow{V}_{A \in S_2/S_1} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_1}$

Attention : Le champ des accélérations n'est pas équiprojectif !



3 Composition des mouvements

3.1 Composition des torseurs cinématiques, des vitesses et des vitesses de rotation

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{S_2/S_0}\}_M = \{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\}_M + \{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\}_M} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_0} = \overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_1} + \overrightarrow{\Omega}_{S_1/S_0} \\ \overrightarrow{V}_{M \in S_2/S_0} = \overrightarrow{V}_{M \in S_2/S_1} + \overrightarrow{V}_{M \in S_1/S_0} \end{cases}$$

3.2 Vitesse de glissement en un point I entre 2 solides S_1 et S_2

$$\text{Vitesse de glissement : } \overrightarrow{V}_{I \in S_2/S_1} = \overrightarrow{V}_{I \in S_2/R_0} - \overrightarrow{V}_{I \in S_1/R_0}$$

$$\text{On dira que } S_2 \text{ roule sans glisser sur } S_1 \text{ en } I \text{ si : } \boxed{\overrightarrow{V}_{I \in S_2/S_1} = \vec{0}}$$

4 Mouvements particuliers

Mouvement de translation rectiligne :

- **MRUV** : Mouvement rectiligne uniformément varié : $a = \text{cste}$

$$\begin{cases} a(t) = \ddot{x} = a = \text{cste} \\ v(t) = \dot{x} = a(t - t_0) + v_0 \\ x(t) = x = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0 \end{cases}$$

- **MRU** : Mouvement rectiligne uniforme : $a = 0$

$$\begin{cases} a(t) = \ddot{x} = 0 \\ v(t) = \dot{x} = v_0 \\ x(t) = x = v_0(t - t_0) + x_0 \end{cases}$$

Mouvement de rotation :

- **MCUV** : Mouvement circulaire uniformément varié : $\ddot{\theta} = \text{cste}$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \text{cste} \\ \dot{\theta} = \ddot{\theta}(t - t_0) + \dot{\theta}_0 \\ \theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}(t - t_0)^2 + \dot{\theta}_0(t - t_0) + \theta_0 \end{cases}$$

- **MCU** : Mouvement circulaire uniforme : $\ddot{\theta} = 0$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = 0 \\ \dot{\theta} = \dot{\theta}_0 \\ \theta = \dot{\theta}_0(t - t_0) + \theta_0 \end{cases}$$

Penser à la méthode graphique d'intégration ! (ex : le chemin parcouru entre t_1 et t_2 est égal à l'aire sous la courbe de $v(t)$ entre t_1 et t_2).

5 Cinématique graphique

3 méthodes : équiprojectivité, CIR et composition des vitesses. On pourra aussi utiliser la propriété des 3 CIR alignés dans le cas d'un mouvement plan sur plan.