Électrocinétique

Cours

Rappels de PTSI

v1.5

Lycée Jean Zay – 21 rue Jean Zay – 63300 Thiers – Académie de Clermont-Ferrand

Compétences visées :

B2-21	Modéliser les convertisseurs statiques d'énergie.
C1-06	Proposer une démarche permettant de déterminer des grandeurs électriques.
C2-11	Déterminer les signaux électriques dans les circuits.
E1-05	Lire et décoder un document technique.
E2-05	Produire des documents techniques adaptés à l'objectif de la communication.

Table des matières

1 Les circuits électriques en régime continu

1.1 Le régime continu

L'énergie électrique est délivrée sous la forme d'une tension et d'un courant continus. Un signal $s(t)$ est dit continu s'il ne varie pas dans le temps : $s(t)$ est continu si $\forall t, s(t) = \text{cste}$. On désigne alors cette grandeur continue par une lettre majuscule : S

La puissance transmise $P(t)$ avec une alimentation continue s'écrit : $P(t) = P = UI$

1.2 Les dipôles électriques

Un dipôle électrique est une portion de circuit comportant deux bornes. Leur association constitue les circuits électriques. Les dipôles générateurs sont dits actifs, ceux qui ne font que consommer de l'énergie sont dits passifs.

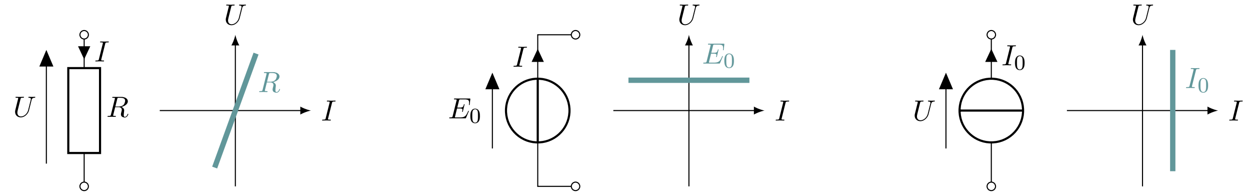


Figure 1 – Schémas et caractéristiques de la résistance et des sources de tension et de courant idéales

1.2.1 Conventions

On dirige systématiquement les flèches des courants et tensions dans le même sens pour le générateur (convention générateur), et en sens contraire pour tout récepteur (convention récepteur).

Il ne faut néanmoins pas confondre conventions et mode de fonctionnement. On peut cependant dire que :

- le dipôle reçoit de la puissance lorsqu'il fonctionne en récepteur ;
- il en fournit lorsqu'il fonctionne en générateur.

1.2.2 La résistance

Certains dipôles électriques ont la propriété d'avoir un comportement linéaire entre la tension à ses bornes et l'intensité qui la traverse. On peut donc écrire à chaque instant : $U = RI$.

Le coefficient de proportionnalité entre la tension et le courant est appelé résistance (voir Figure 1), dont l'unité est le Ohm (Ω).

1.2.3 Les sources de tension parfaites

Une source de tension parfaite fournit une différence de potentiel indépendante du courant qu'elle délivre.

En utilisation « normale » cette source fournit de l'énergie au reste du circuit électrique. On utilise alors la convention « générateur » pour représenter le sens du courant I et de la tension E_0 (voir Figure 1).

1.2.4 Les sources de courant parfaites

Une source de courant parfaite fournit une intensité du courant indépendamment de la tension à ses bornes. On utilise aussi la convention générateur, donc courant et tension sont pris dans le même sens. Sa représentation est donnée Figure 1.

1.3 Notion de réseau

Afin de connaitre le comportement d'un circuit, il est usuel de vouloir le simplifier afin de se ramener à un circuit élémentaire. Pour cela, plusieurs théorèmes sont utilisables.

Après les avoir définis, les différents éléments sont assemblés au sein de réseaux. Ils sont composés de branches orientées reliant deux points appelés nœuds. Si les branches sont adjacentes, on est en présence d'un chemin. Si deux chemins disjoints de mêmes extrémités sont reliés, on obtient une maille (ou cycle).

Le circuit de la FIGURE 2 est donc constitué de 6 nœuds (notés de A à F) et de 5 mailles indépendantes :

- maille 1 : branches 1, 2 et 4 ;
- maille 2 : branches 2, 3 et 8 ;
- maille 3 : branches 8, 10 et 7 ;
- maille 4 : branches 7, 9 et 6 ;
- maille 5 : branches 4, 5 et 6.

La maille constituée des branches 1, 3, 10, 9 et 5 existe mais n'est pas indépendante des mailles énumérées précédemment.

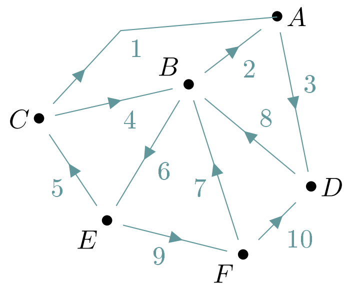


FIGURE 2 – Exemple de réseau

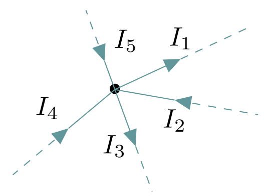
1.3.1 Les lois de Kirchhoff

Définition *Loi des nœuds*

La somme algébrique des courants circulant dans les branches adjacentes à un nœud est nulle. On peut aussi dire que la somme algébrique des intensités entrantes dans un nœud est égale à la somme algébrique des intensités sortantes du nœud ; il n'y a pas d'accumulation de courant dans un nœud.

Exemple :

Dans l'exemple ci-contre, la loi des nœuds s'écrit : $I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$

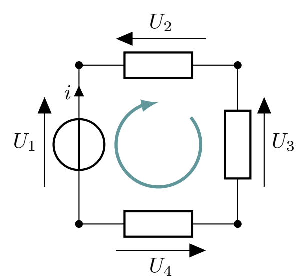


Définition *Loi des mailles*

La somme algébrique des tensions rencontrées en parcourant une maille dans un sens prédéfini est nulle.

Exemple :

Dans l'exemple ci-contre, la loi des mailles s'écrit : $U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0$



1.3.2 Lois d'association de résistances

Définition *Association de k résistances en série*

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{k} R_i$$

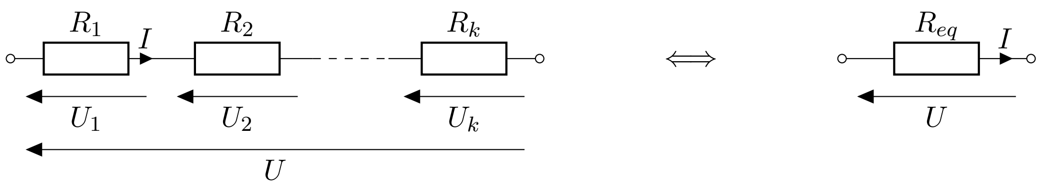


FIGURE 3 – Association de k résistances en série

Définition *Association de k résistances en parallèle*

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{R_i}$$

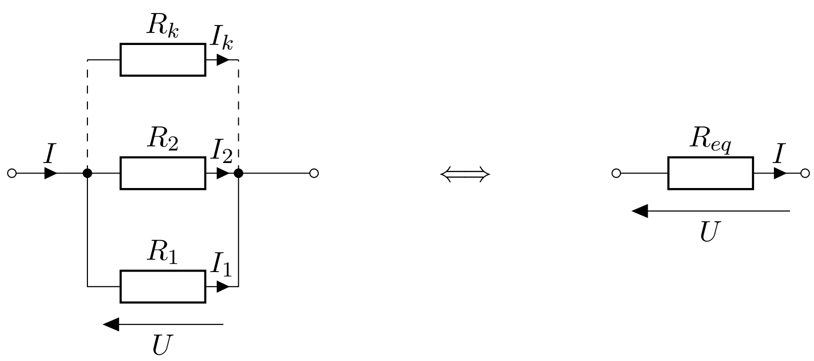


FIGURE 4 – Association de k résistances en parallèle

1.3.3 Règles d'association des sources

Au cours du fonctionnement du modulateur d'énergie (ou convertisseur statique), des sources vont être connectées entre elles pendant certaines phases de fonctionnement. Certaines règles sont à respecter :

Définition *Règle n°1*

On peut interconnecter une source de tension et une source de courant (voir FIGURE 5). Le point de fonctionnement du circuit correspond alors à $U = E_1$ et $I = I_1$.

Définition *Règle n°2*

On ne peut pas (et ne doit pas !) interconnecter deux sources de tension différentes. Le courant échangé deviendrait alors très grand et on aboutirait à une destruction. En particulier, **il ne faut donc jamais court-circuiter une source de tension** (voir FIGURE 6).

Définition *Règle n°3*

On ne peut pas (et ne doit pas !) interconnecter deux sources de courant différentes. La tension à leurs bornes deviendrait alors très grande et on aboutirait à une destruction. En particulier, **il ne faut donc jamais laisser une source de courant en circuit ouvert** (voir FIGURE 7).

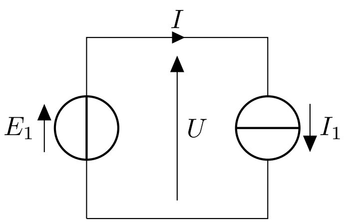


FIGURE 5 – Règle n°1

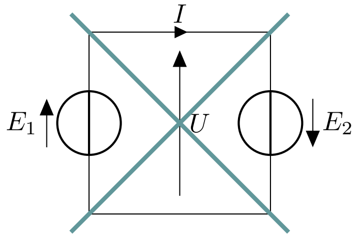


FIGURE 6 – Règle n°2

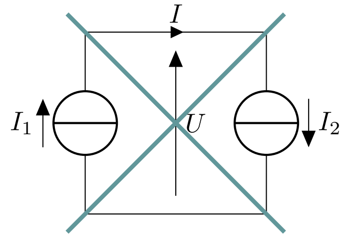


FIGURE 7 – Règle n°3

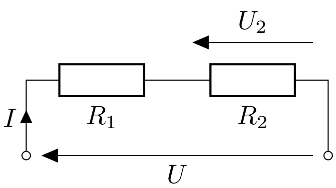
1.3.4 Principe de superposition

Définition *Théorème de superposition*

La réponse globale d'un montage soumis à plusieurs sources est la somme des réponses partielles correspondant à chaque source. Ainsi, l'intensité du courant circulant dans une branche (respectivement la tension de branche) d'un réseau contenant plusieurs branches est égale à la somme algébrique des intensités (respectivement tensions) créées dans cette branche par chaque générateur supposé seul (les autres étant éteints).

1.3.5 Diviseurs de tension et de courant

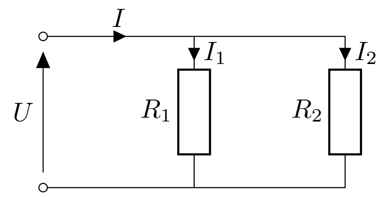
Diviseur de tension



Le même courant I traverse R_1 et R_2.

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

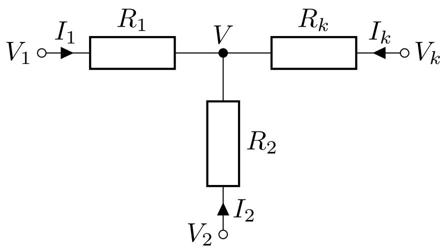
Diviseur de courant



La même tension U est appliquée aux bornes de R_1 et R_2.

$$I_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

1.3.6 Théorème de Millman



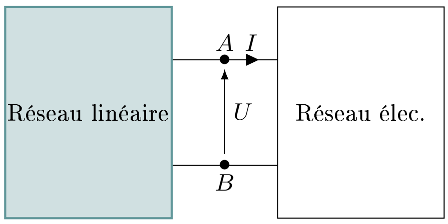
Définition *Théorème de Millman*

On considère un nœud de courant de potentiel V dans un réseau. Ce nœud est le point de jonction de n résistances R_k soumises aux potentiels V_k de l'autre côté du nœud. Le potentiel V du noeud a pour expression :

$$V = \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

1.3.7 Théorèmes de Thévenin et Norton

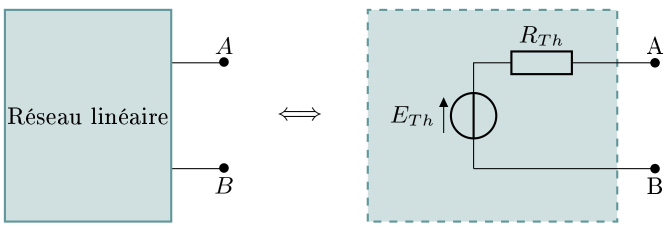
Soit le réseau ci-dessous :



Définition *Théorème de Thévenin*

Tout réseau linéaire constituant un dipôle en régime continu peut être remplacé par un dipôle équivalent constitué d'une source de tension E_{Th} en série avec une résistance R_{Th} tel que :

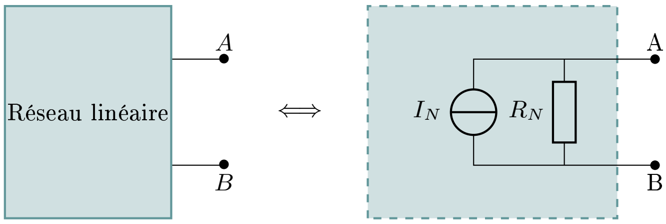
- E_{Th} est la tension vue entre les deux bornes du dipôle lorsqu'il est à vide ($I = 0$) ;
- R_{Th} est la résistance vue entre les deux bornes du dipôle après avoir rendu passives toutes les sources indépendantes du réseau :
  - les sources de tension idéales sont remplacées par des court-circuits (fils) ;
  - les sources de courant idéales sont remplacées par des circuits ouverts (enlevées).



Définition *Théorème de Norton*

Tout réseau linéaire constituant un dipôle en régime continu peut être remplacé par un dipôle équivalent constitué d'une source de courant indépendant I_N en parallèle avec une résistance R_N tel que :

- I_N est le courant de court-circuit entre les deux bornes de ce dipôle ($U = 0$) ;
- R_N est la résistance vue entre les deux bornes du dipôle après avoir rendu passives toutes les sources indépendantes du réseau.



2 Les circuits électriques en régime variable

2.1 Le régime variable

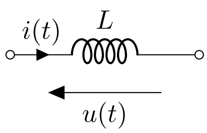
Un circuit électrique fonctionne en régime variable lorsqu'il est alimenté par des sources de courant et de tension fonctions du temps ou lorsque sa configuration est modifiée, à un instant donné, par l'ouverture ou fermeture d'un interrupteur par exemple.

Les signaux (courants et tensions) sont alors variables, fonctions du temps. On appelle valeur instantanée l'expression temporelle d'un signal S, qu'on note par une lettre minuscule : $s(t)$.

2.2 Les dipôles élémentaires des circuits électriques

Les circuits électriques en régime variable sont constitués de divers éléments. On retrouve les sources de tension et de courant (voir §1.2.3 et §1.2.4) et les résistances (voir §1.2.2). On utilise aussi d'autres dipôles passifs linéaires : inductances et condensateurs.

2.2.1 L'inductance



Une inductance est un enroulement de spires conductrices. Ce dipôle a la propriété d'avoir une tension à ses bornes proportionnelle à la dérivée du courant : $u(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$.

Le coefficient de proportionnalité est appelé inductance L dont l'unité est le Henri (H). Le courant dans une inductance ne peut être discontinu, car cela correspondrait à une tension infinie (voir Figure 8).

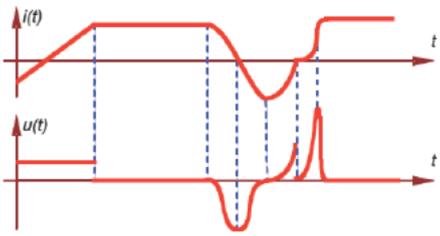
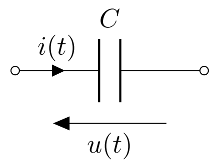


Figure 8 – Mise en évidence de la continuité du courant dans une inductance

2.2.2 Le condensateur

Un condensateur est constitué de deux conducteurs se faisant face (armatures) et d'un isolant situé entre les armatures (diélectrique). Ce dipôle a la propriété d'avoir une intensité le traversant proportionnelle à la dérivée de la tension à ses bornes : $i(t) = C\dfrac{du(t)}{dt}$.



Le coefficient de proportionnalité est appelé capacité C dont l'unité est le Farad (F). La tension ne peut être discontinue aux bornes d'une capacité à moins d'un courant infini. (voir FIGURE 9).

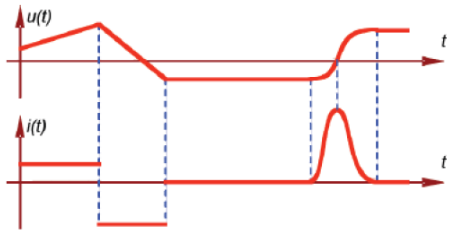


FIGURE 9 – Mise en évidence de la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur

2.2.3 Lois d'association de dipôles

	Résistances	**Inductances**	**Condensateurs**
En série	$R_{eq} = \sum_{i=1}^{k} R_i$	$L_{eq} = \sum_{i=1}^{k} L_i$	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{C_i}$
En parallèle	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{L_i}$	$C_{eq} = \sum_{i=1}^{k} C_i$

FIGURE 10 – Lois d'association de dipôles en régime variable

2.3 Description énergétique des circuits électriques

Un dipôle est traversé par un courant $i(t)$ et soumis à la tension $u(t)$ notés en convention récepteur (courant et tension de sens opposés).

Définition *Puissance instantanée*

La puissance électrique instantanée absorbée par ce dipôle s'exprime par :

$$p(t) = u(t)\, i(t)$$

Elle s'exprime en watt (W).

La puissance peut aussi s'exprimer comme la dérivée de l'énergie : $p(t) = \dfrac{dW(t)}{dt}$

Définition *Énergie*

L'énergie présente dans le dipôle à l'instant t s'exprime par :

$$W(t) = W(0) + \int_0^t p(x)dx$$

où $W(0)$ est l'énergie initiale (et sous réserve que $p(t)$ soit intégrable).

L'énergie s'exprime en joules (J).

Une puissance positive signifie que le dipôle « reçoit » de l'énergie qui augmente puisque sa dérivée est positive.

En respectant la convention de signe établie :

- l'élément est passif quand l'énergie $W(t)$ est positive ou nulle (dissipation énergétique) ;
- l'élément est actif dans le cas contraire (l'énergie provient de sources internes au dipôle).

Dipôle	**Puissance**
Résistance	$p_R(t) = u(t)\,i(t) = R\,i(t)^2 \geq 0$
Inductance	$p_L(t) = L\,i(t)\,\dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{1}{2}\,L\,\dfrac{di(t)^2}{dt}$
Condensateur	$p_C(t) = C\,u(t)\,\dfrac{du(t)}{dt} = \dfrac{1}{2}\,C\,\dfrac{du(t)^2}{dt}$

Figure 11 – Expression de la puissance pour les dipôles élémentaires en régime variable

3 Les circuits électriques en régime sinusoïdal

3.1 Le régime sinusoïdal

Pour plusieurs raisons, les régimes sinusoïdaux ont une très grande importance en électricité :

- la majeure partie de l'énergie électrique consommée dans le monde est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales ;
- le régime sinusoïdal sert de base à l'étude des signaux périodiques par l'intermédiaire de la transformation de Fourier.

L'étude des circuits électriques en régime sinusoïdal correspond à l'étude des réseaux électriques composés uniquement de dipôles passifs linéaires (résistances, condensateurs et bobines), alimentés par des sources de tension ou courant sinusoïdales.

En tout point du circuit, les signaux sont des grandeurs sinusoïdales du temps, de même fréquence f mais déphasées les unes par rapport aux autres.

3.2 Grandeurs sinusoïdales

3.2.1 Définitions

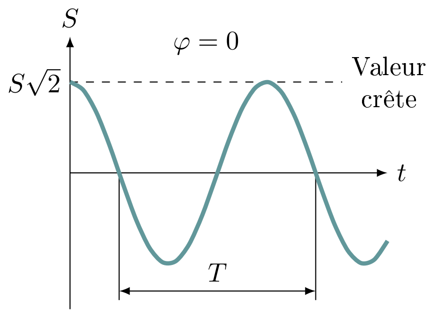


FIGURE 12 – Grandeur sinusoïdale

Définition *Signal sinusoïdal*

Un signal sinusoïdal est défini par :

$$s(t) = S\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

avec :

- S : **valeur efficace**, avec : $S = S_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T s(t)^2 dt}$;
- ω : **pulsation** en rad/s, avec : $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ (T période en s) ;
- φ : **phase à l'origine** (à $t = 0$) ;
- $\omega t + \varphi$: **phase instantanée**.

3.2.2 Représentations des grandeurs sinusoïdales

Représentation complexe

Soit un signal sinusoïdal d'expression mathématique $s(t) = S\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.

Définition *Grandeur complexe $\underline{s}(t)$*

On peut associer à $s(t)$ une grandeur complexe :

$$\underline{s}(t) = S\sqrt{2}e^{j(\omega t+\varphi)} \qquad \text{avec} \qquad s(t) = \text{Re}(\underline{s}(t))$$

Remarque

Si le signal d'excitation est la fonction sinus, on prendra $s(t) = \text{Im}(\underline{s}(t))$.

Définition *Amplitude complexe $\underline{S}$*

On peut écrire $\underline{s}(t)$ sous la forme : $\underline{s}(t) = \underline{S}\sqrt{2}e^{j\omega t}$ avec : $\underline{S} = Se^{j\varphi}$

$\underline{S}$ est l'amplitude complexe de $s(t)$.

Représentation vectorielle (de Fresnel)

On associe à $s(t)$ un vecteur $\overrightarrow{S}$ dit vecteur de Fresnel, de norme S (valeur efficace) tournant autour d'un point O à une vitesse angulaire ω (voir FIGURE 13).

Puisque tous les signaux ont la même pulsation ω, les vecteurs tournent à la même vitesse. On les représente donc à $t = 0$.

L'extrémité de ce vecteur est l'image dans le plan complexe de l'amplitude complexe $\underline{S}$.

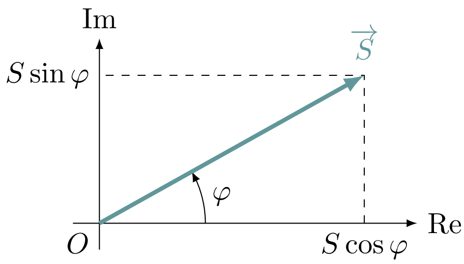


FIGURE 13 – Représentation de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale

3.3 Impédance et admittance complexes

3.3.1 Définitions

On considère un dipôle passif linéaire en convention récepteur, soumis à une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale $i(t)$. On note :

$$\begin{cases} v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_v) \\ i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \underline{V} = Ve^{j\varphi_v} \\ \underline{I} = Ie^{j\varphi_i} \end{cases}$$

Définition *Impédance complexe*

On définit l'impédance complexe $\underline{Z}$ par : $\underline{Z} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + jX = Ze^{j\varphi}$

Avec : $Z = |\underline{Z}| = \dfrac{V}{I}$ impédance du dipôle (en Ohm), et $\varphi = \arg(\underline{Z}) = \varphi_v - \varphi_i$ déphasage de la tension par rapport au courant.

R et X sont respectivement la **résistance** et la **réactance** du dipôle. Elles s'expriment en Ohms (Ω).

$$R = \mathrm{Re}\,\underline{Z} = Z\cos\varphi \quad \text{et} \quad X = \mathrm{Im}\,\underline{Z} = Z\sin\varphi$$

Définition *Admittance complexe*

L'inverse de l'impédance complexe est l'admittance complexe. Elle s'exprime en Siemens (S).

Remarque *Déphasage*

Le déphasage est indépendant de l'origine des phases choisies.

- $\varphi > 0$: la tension est en avance sur le courant ;
- $\varphi < 0$: la tension est en retard sur le courant.

3.3.2 Dipôles linéaires élémentaires

Les impédances de la bobine et du condensateur dépendent de la pulsation ω de la source de tension ou de courant sinusoïdale. En régime continu ($\omega = 0$), une bobine parfaite se comporte comme un court-circuit ($Z = 0$), alors qu'un condensateur parfait se comporte comme un circuit ouvert ($Z \to \infty$).

Dipôle	**Régime variable**	**Régime sinusoïdal**
Résistance	$v_R(t) = Ri(t)$	$\underline{V_R} = R\underline{I} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z_R} = R$
Inductance	$v_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$	$\underline{V_L} = jL\omega\underline{I} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z_L} = jL\omega$
Condensateur	$v_C(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t)dt$	$\underline{V_C} = \dfrac{1}{jC\omega}\underline{I} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z_C} = \dfrac{1}{jC\omega}$

FIGURE 14 – Caractéristiques des dipôles élémentaires en régime sinusoïdal

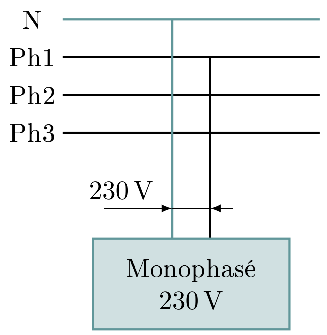
3.4 Les sources alternatives

Un réseau électrique est un ensemble d'infrastructures énergétiques permettant d'acheminer l'énergie électrique des centres de productions vers les consommateurs. Les premiers réseaux datent du XIX[e] siècle. Pour des raisons de production, de transport et de rendement le choix s'est imposé sur le **courant alternatif**.

Quasiment tous les réseaux de distribution de l'énergie électrique fournissent un **réseau alternatif, sinusoïdal et triphasé**.

La production française est majoritairement réalisée par les centrales nucléaires, grâce aux alternateurs les composant. Dans la plupart des installations, on distingue 2 types d'alimentations électriques sinusoïdales des récepteurs :

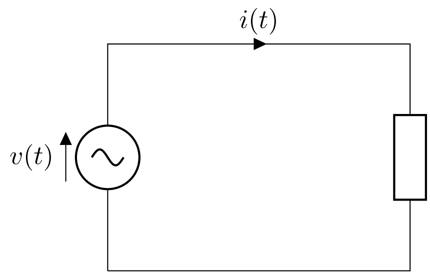
- **alimentation monophasée** : 1 Phase et un Neutre ;
- **alimentation triphasée** : 3 Phases (et parfois un Neutre).



3.4.1 Alimentation monophasée sinusoïdale

Cette alimentation est la plus répandue (en nombre), aussi bien dans le domaine industriel que domestique. La tension entre la Phase et le Neutre est appelée tension simple et vaut très souvent 230 V. Comme il n'y a pas de réseau de distribution monophasé, elle est obtenue à partir du réseau triphasé.

Lorsque l'on alimente un dipôle linéaire (composé de résistances, inductances ou condensateurs) par une source de tension $v(t)$ sinusoïdale de pulsation $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$, il circule un courant $i(t)$ tel que :



- $v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$;
- $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi)$;
- V : valeur efficace de la tension ;
- I : valeur efficace du courant ;
- φ : déphasage du courant par rapport à la tension.

Expression des puissances transmises

Définition *Puissance instantanée*

La puissance instantanée transférée de la source vers le récepteur est notée $p(t)$ et s'écrit :

$$p(t) = v(t)\,i(t)$$

Définition *Puissance active*

La puissance active transférée de la source vers le récepteur est notée P et s'écrit : $P = VI\cos\varphi$.

Cette puissance est appelée puissance active, elle est transformée en une autre forme d'énergie par les actionneurs. Elle s'exprime en Watt (W).

Quand le déphasage est non nul, le récepteur est soit inductif ($\varphi > 0$) soit capacitif ($\varphi < 0$). Dans ces cas-là, un courant circule dans les deux sens pour charger et décharger (magnétiquement ou électriquement) les dipôles. Pour traduire ces échanges on introduit la notion de puissance réactive.

Définition *Puissance réactive*

On note Q la puissance réactive définie par : $Q = VI\sin\varphi$

Cette puissance réactive s'exprime en VAR (Volt Ampère Réactif).

Les câbles et les transformateurs doivent permettre de faire transiter les puissances actives et réactives. Aussi, on introduit une nouvelle puissance qui permet le dimensionnement des équipements : la puissance apparente.

Définition *Puissance apparente*

On note S la puissance réactive définie par : $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = VI$

Cette puissance apparente s'exprime en VA (Volt Ampère). C'est cette puissance qui est notamment utilisée pour les abonnements électriques.

Définition *Facteur de qualité*

Ces 2 expressions permettent de définir le facteur de puissance : $k = \dfrac{P}{S} = \cos\varphi$

Dipôle	$\varphi(v/i)$	**P**	**Q**	**S**
Résistance	$\varphi = 0$	$RI^2 = \dfrac{V^2}{R}$	0	$RI^2 = \dfrac{V^2}{R}$
Inductance	$\varphi = \dfrac{\pi}{2}$	0	$L\omega I^2 = \dfrac{V^2}{L\omega} > 0$	$L\omega I^2 = \dfrac{V^2}{L\omega}$
Condensateur	$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$	0	$-\dfrac{I^2}{C\omega} = -V^2C\omega < 0$	$\dfrac{I^2}{C\omega} = V^2C\omega$

FIGURE 15 – Comportement des dipôles passifs linéaires en régime sinusoïdal

Remarque

Un dipôle inductif consomme de la puissance réactive ($Q > 0$) alors qu'un dipôle capacitif en fournit ($Q < 0$).

3.4.2 Alimentation triphasée sinusoïdale

Cette alimentation est très répandue dans le domaine industriel. Notamment lorsque la puissance à fournir est importante ($S > 36\,\text{kVA}$).

Cette distribution de l'énergie est réalisée par 3 fils dit « de phase » et parfois un fil supplémentaire dit « de neutre ».

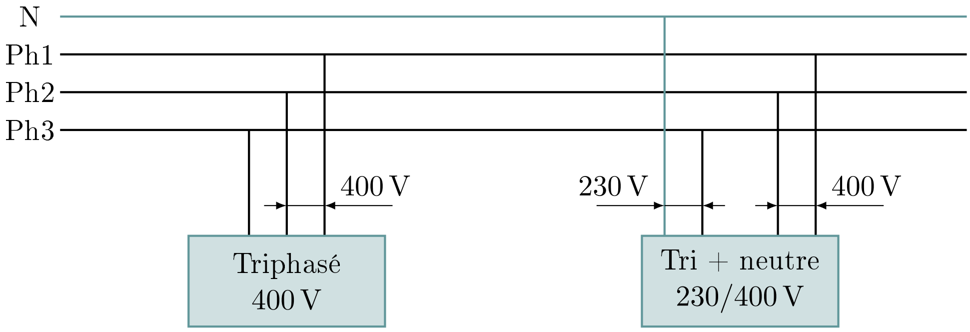
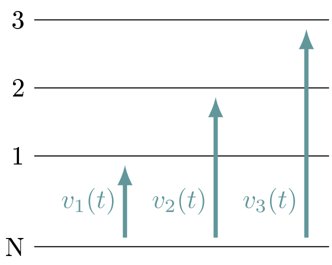


FIGURE 16 – Réseau triphasé

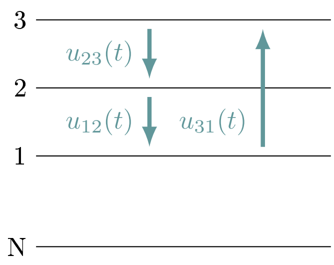
La distribution se fait à partir de quatre bornes :

- Trois bornes de phase repérées par 1, 2, 3 ;
- Une borne neutre N.

Tensions entre phases et neutre ou **tensions simples** : $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$.

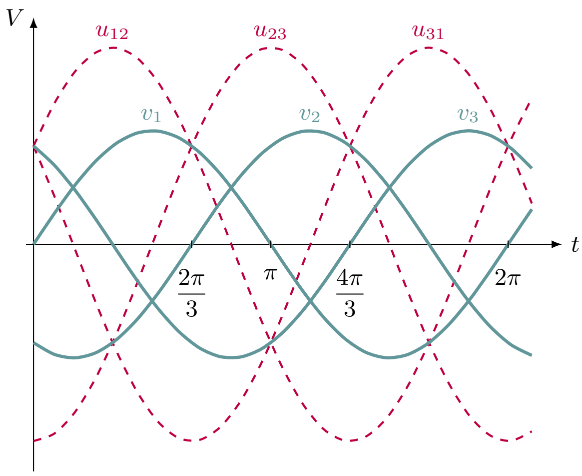


Tensions entre phases ou **tensions composées** : $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$.



L'expression des tensions simples est :

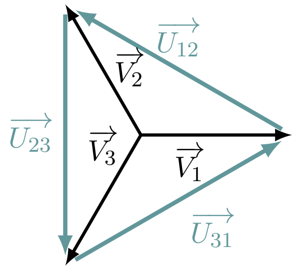
$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t) \qquad v_2(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad v_3(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$



$$\begin{aligned} u_{12}(t) &= v_1(t) - v_2(t) \\ u_{23}(t) &= v_2(t) - v_3(t) \\ u_{31}(t) &= v_3(t) - v_1(t) \end{aligned}$$

Ces trois tensions ont la même valeur efficace, et elles sont déphasées de 120°. De plus, ces grandeurs sont dites équilibrées car $v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0$.

La représentation de Fresnel des tensions simples et composées donne la figure suivante :



Elle permet de trouver les relations suivantes entre les valeurs efficaces :

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U \qquad \text{et} \qquad U = V\sqrt{3}$$

On appelle récepteur triphasé un récepteur constitué de trois dipôles linéaires identiques en couplage étoile ou triangle (voir FIGURE 17).

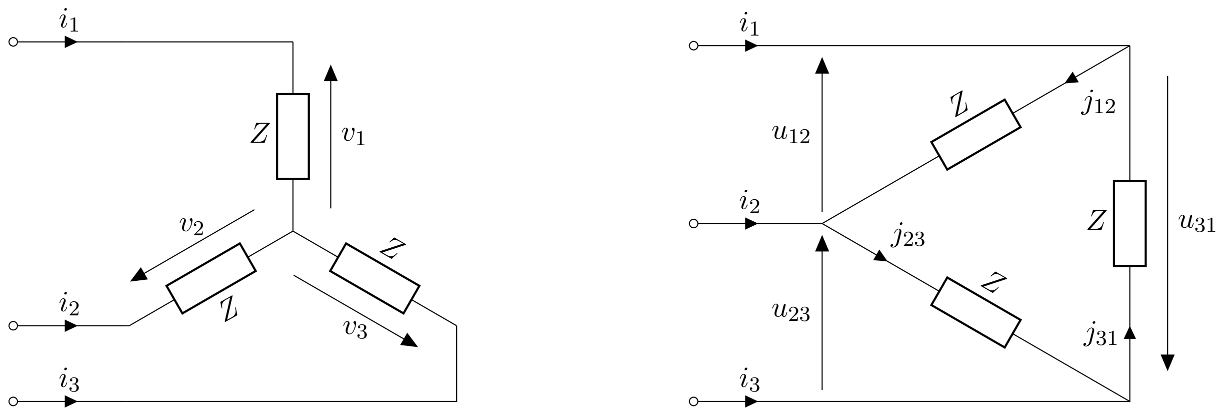
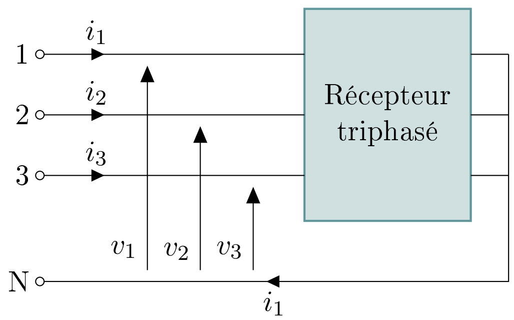


FIGURE 17 – Couplage étoile et couplage triangle

Lorsqu'on alimente un récepteur triphasé constitué de trois dipôles linéaires (résistance, inductance ou condensateur) identiques par une alimentation triphasée, il circule trois courant $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ tels que :



$$\begin{cases} v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t) \\ v_2(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi) \\ i_2(t) = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3} - \varphi\right) \\ i_3(t) = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3} - \varphi\right) \end{cases}$$

Expression des puissances transmises

La puissance instantanée transférée de la source vers le récepteur est notée $p(t)$ et s'écrit : $p(t) = v_1(t)\, i_1(t) + v_2(t)\, i_2(t) + v_3(t)\, i_3(t) = 3VI \cos\varphi = UI\sqrt{3}\cos\varphi$. Cette puissance instantanée est **constante**.

La **puissance active** s'écrit : $P = 3VI\cos\varphi = UI\sqrt{3}\cos\varphi$.

La **puissance réactive** s'écrit : $Q = 3VI\sin\varphi = UI\sqrt{3}\sin\varphi$.

La **puissance apparente** devient : $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3VI = UI\sqrt{3}$.

Le **facteur de puissance** s'écrit toujours : $k = \dfrac{P}{S} = \cos\varphi$.

Définition *Théorème de Boucherot*

Dans un réseau électrique constitué de dipôles parcourus par des courants sinusoïdaux de même fréquence, la puissance active (respectivement réactive) totale fournie par le réseau est égale à la somme algébrique des puissances actives (respectivement réactives) consommées par chaque dipôle.

3.5 Lois et théorèmes généraux en régime sinusoïdal

Les lois d'association des dipôles élémentaires sont identiques aux lois d'association des résistances. En série, les impédances complexes s'ajoutent. En parallèle, on additionne les admittances complexes.

La loi d'Ohm se généralise aussi et s'écrit alors : $\underline{V} = \underline{Z}\,\underline{I}$

Les lois de Kirchhoff, le théorème de Millman, les théorèmes de Thévenin et de Norton, le théorème de superposition (etc.) peuvent s'utiliser sans restriction avec les amplitudes complexes et les impédances ou admittances complexes.

Références

[1] C. François : *Génie électrique - Cours complet illustré*. Ellipses, 2004.
[2] S. Gergadier : Cours de génie Électrique, 2014. TSI2 - Lycée Richelieu - Rueil-Malmaison.
[3] F. Gosse : Cours de sciences de l'ingénieur, 2016. PT* - Lycée Baggio - Lille.
[4] fisik.free.fr : fisik.free.fr.
[5] Wikipédia : www.wikipedia.org.