



TORSEURS

Formulaire

CPGE

À savoir par cœur !

v1.3

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

1 Définitions, propriétés

1.1 Notation

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R\{T\}} \\ \overrightarrow{M_A\{T\}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} R_x & M_{Ax} \\ R_y & M_{Ay} \\ R_z & M_{Az} \end{Bmatrix}_b = \begin{cases} \overrightarrow{R\{T\}} = R_x \cdot \vec{x} + R_y \cdot \vec{y} + R_z \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_A\{T\}} = M_{Ax} \cdot \vec{x} + M_{Ay} \cdot \vec{y} + M_{Az} \cdot \vec{z} \end{cases}$$

- $\overrightarrow{R\{T\}}$: résultante du torseur $\{T\}$,
- R_x, R_y, R_z : composantes dans la base b de la résultante du torseur $\{T\}$,
- $\overrightarrow{M_A\{T\}}$: moment en A du torseur $\{T\}$,
- M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az} : composantes dans la base b du moment en A du torseur $\{T\}$.

1.2 Champ des moments - règle de transport des moments

$$\overrightarrow{M_B\{T\}} = \overrightarrow{M_A\{T\}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R\{T\}}$$

1.3 Opérations sur les torseurs

Les opérations effectuées sur les torseurs (égalité, addition et comoment) doivent s'effectuer au même point !

1.3.1 Addition - Soustraction

$$\{T_1\} \pm \{T_2\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R\{T_1\}} \pm \overrightarrow{R\{T_2\}} \\ \overrightarrow{M_A\{T_1\}} \pm \overrightarrow{M_A\{T_2\}} \end{Bmatrix}_A$$

1.3.2 Multiplication par un scalaire k

$$k \cdot \{T_1\} = \begin{Bmatrix} k \cdot \overrightarrow{R\{T_1\}} \\ k \cdot \overrightarrow{M_A\{T_1\}} \end{Bmatrix}_A$$

1.3.3 Comoment

$$\{T_1\} \otimes \{T_2\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R\{T_1\}} \\ \overrightarrow{M_A\{T_1\}} \end{Bmatrix}_P \otimes \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R\{T_2\}} \\ \overrightarrow{M_P\{T_2\}} \end{Bmatrix}_P = \overrightarrow{R\{T_1\}} \cdot \overrightarrow{M_P\{T_2\}} + \overrightarrow{R\{T_2\}} \cdot \overrightarrow{M_P\{T_1\}} \quad (\forall P)$$

2 Les différents torseurs rencontrés en PTSI/PT

Torseur	Notation	Éléments de réduction	Notation « en ligne »	Notation « en colonne »	Réf. Cours
Torseur Cinématique	$\{\mathcal{V}_{2/1}\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \overrightarrow{\Omega}_{2/1} \\ \overrightarrow{M}_A\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \overrightarrow{V}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{2/1} \\ \overrightarrow{V}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{2/1}^x \\ \omega_{2/1}^y \\ \omega_{2/1}^z \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} V_{A,2/1}^x \\ V_{A,2/1}^y \\ V_{A,2/1}^z \end{array} \right.$	Cinématique Dynamique Énergétique
Torseur des Actions Mécaniques	$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\} = \overrightarrow{F}_{2 \rightarrow 1} \\ \overrightarrow{M}_A\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\} = \overrightarrow{M}_{A,2 \rightarrow 1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F}_{2 \rightarrow 1} \\ \overrightarrow{M}_{A,2 \rightarrow 1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} X_{21} \\ Y_{21} \\ Z_{21} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} L_{21} \\ M_{21} \\ N_{21} \end{array} \right.$	Statique Dynamique Énergétique
Torseur Cinétique	$\{\mathcal{C}_{2/1}\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}\{\mathcal{C}_{2/1}\} = m \overrightarrow{V}_{G \in 2/1} \\ \overrightarrow{M}_A\{\mathcal{C}_{2/1}\} = \overrightarrow{\sigma}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{V}_{G \in 2/1} \\ \overrightarrow{\sigma}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	-	Dynamique Énergétique
Torseur Dynamique	$\{\mathcal{D}_{2/1}\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}\{\mathcal{D}_{2/1}\} = m \overrightarrow{\Gamma}_{G \in 2/1} \\ \overrightarrow{M}_A\{\mathcal{D}_{2/1}\} = \overrightarrow{\delta}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{\Gamma}_{G \in 2/1} \\ \overrightarrow{\delta}_{A \in 2/1} \end{array} \right.$	-	Dynamique
Torseur des Petits déplacements	$\{\mathcal{U}_{S/R}\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}\{\mathcal{U}_{2/1}\} = \overrightarrow{\theta} \\ \overrightarrow{M}_A\{\mathcal{U}_{2/1}\} = \overrightarrow{U} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\theta} \\ \overrightarrow{U} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} u_x \\ u_y \\ u_z \end{array} \right.$	RdM Cotation
Torseur de Cohésion	$\{\mathcal{T}_{coh}\}$	-	-	$\left\{ \begin{array}{l} N \\ T_y \\ T_z \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} Mt \\ Mf_y \\ Mf_z \end{array} \right.$	RdM