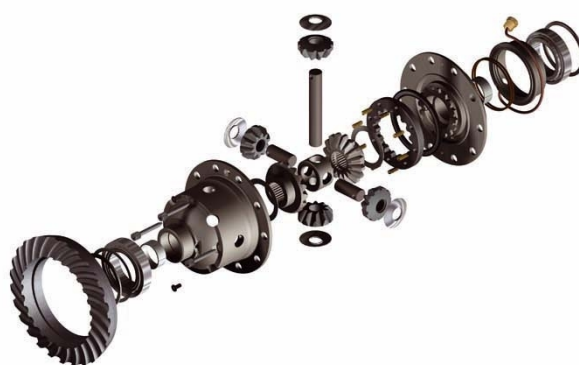


## ÉTUDE D'UN DIFFÉRENTIEL AUTOMOBILE



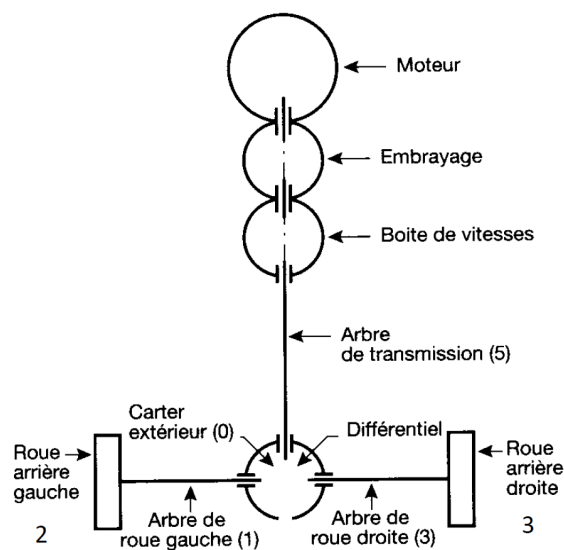
### 1 Nécessité d'un différentiel sur une automobile

Le différentiel est le mécanisme qui, sur un véhicule automobile, permet aux roues motrices de tourner à des vitesses angulaires différentes. Cette différence de vitesses angulaires est nécessaire pour les raisons suivantes :

- lors d'un virage, la vitesse angulaire de la roue située à l'intérieur du virage est inférieure à celle de la roue située à l'extérieur du virage ;
- en ligne droite, une égalité rigoureuse des fréquences angulaires impose une parfaite égalité des diamètres de roues, ce qui n'est pas réalisable compte tenu de l'usure et de la déformation des pneumatiques.

On considère dans ce sujet une voiture à propulsion (par opposition à traction), c'est à dire dans laquelle ce sont les roues arrière qui sont les roues motrices.

La structure de la transmission de puissance du moteur aux roues arrière est alors donnée par la figure ci-dessus, sur laquelle la voiture est vue de dessus.



## 2 Paramétrage et étude préliminaire

La roue arrière gauche est numérotée **2** alors que la roue arrière droite est numérotée **3**.

On appelle  $M_2$  et  $M_3$  les points de contact entre les roues **2** et **3** (de rayon  $r$ ) et le sol avec  $M_2M_3 = L$  (cette dimension porte le nom de voie arrière sur une voiture).

On donne aussi respectivement  $O_2$  et  $O_3$  les centres des roues **2** et **3**. La dimension  $a$ , non utile dans cette étude, porte le nom d'empattement.

La figure ci-contre donne alors la configuration géométrique d'une automobile en virage, de centre  $O$ .

Le véhicule prend un virage de rayon de courbure  $R = OH$ . On donne ci-après le paramétrage adopté.

Le repère  $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est lié au sol alors que le repère  $R_1(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{z})$  est lié à la voiture (à son châssis), numéroté **1**. On donne  $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}$ ,  $\vec{\Omega}_{2/1} = \omega_{2/1} \cdot \vec{e}_r$  et  $\vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{3/1} \cdot \vec{e}_r$ .

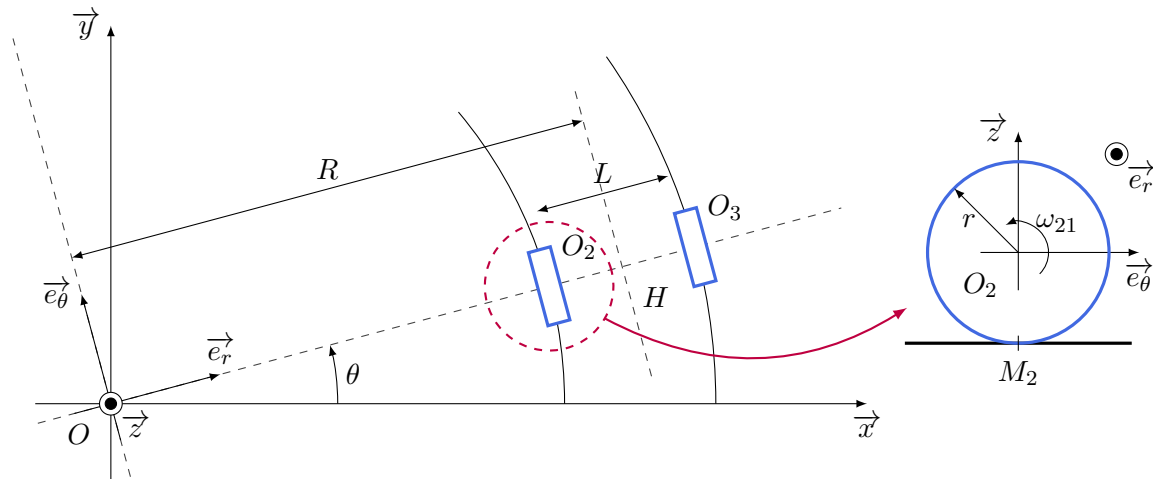
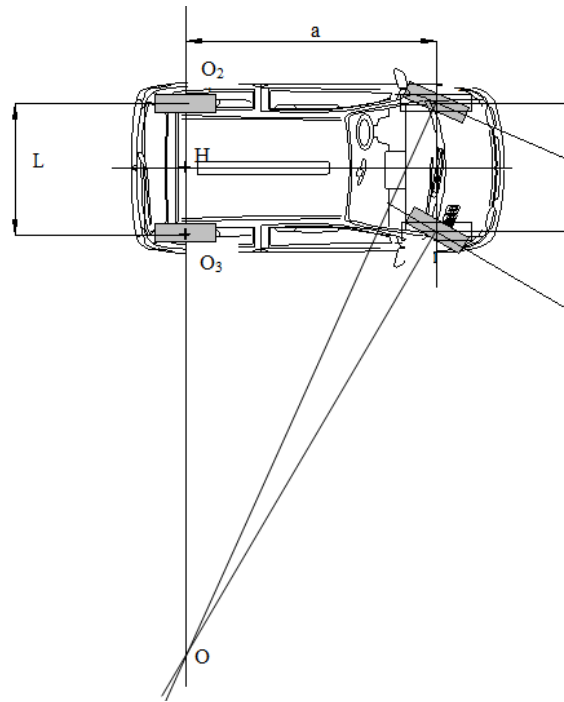


FIGURE 1 – Paramétrage

Une condition fondamentale de tenue de route impose que les roues roulent sans glisser sur la route (ce qui garantit l'adhérence). Dans ce cas, on a les deux conditions fondamentales de roulement sans glissement des roues par rapport à la route :  $\vec{V}_{M_2 \in 2/0} = \vec{0}$ ,  $\vec{V}_{M_3 \in 3/0} = \vec{0}$ .

**Question 1** Donner la relation entre  $\vec{V}_{M_2 \in 2/0}$ ,  $\vec{V}_{M_2 \in 2/1}$  et  $\vec{V}_{M_2 \in 1/0}$ .

**Question 2** Calculer, en fonction de  $\omega_{3/1}$ ,  $\omega_{2/1}$  et  $r$ , les vecteurs vitesse  $\vec{V}_{M_2 \in 2/1}$  et  $\vec{V}_{M_3 \in 3/1}$ .

**Question 3** Calculer, en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $\dot{\theta}$ , les vecteurs vitesse  $\vec{V}_{M_2 \in 1/0}$  et  $\vec{V}_{M_3 \in 1/0}$ .

**Question 4** En déduire la relation entre  $\omega_{2/1}$  et  $\omega_{3/1}$  en éliminant  $\dot{\theta}$ .

### 3 Étude du mécanisme de répartition des vitesses de rotation : le différentiel

#### 3.1 Présentation

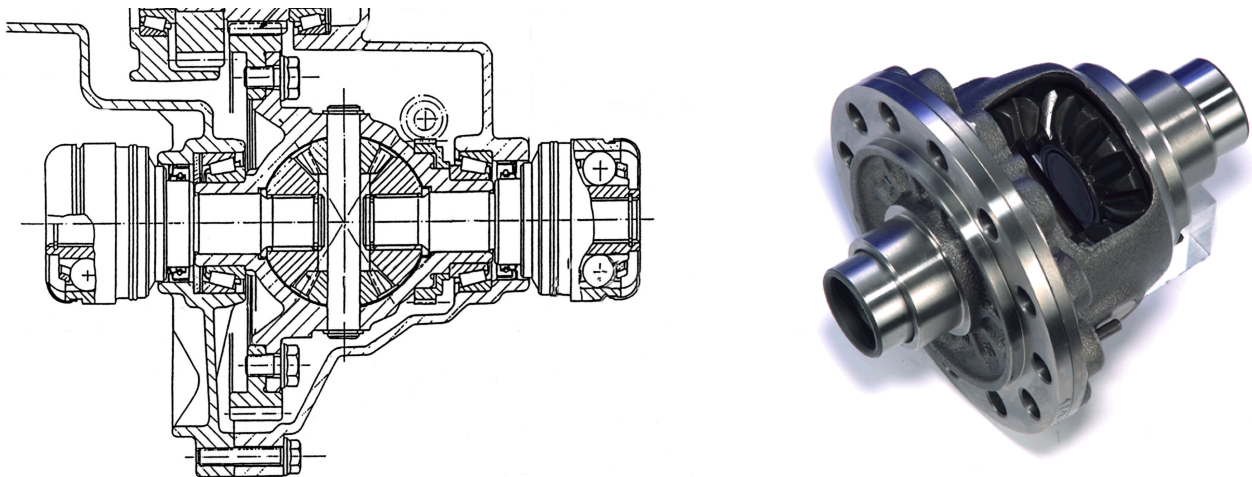


FIGURE 2 – Dessin et réalisation d'un différentiel automobile

La structure d'un différentiel est celle d'un train épicycloïdal dit « sphérique », qui comporte alors :

- deux planétaires, liés aux roues droite et gauche et numérotés respectivement **3** et **2** ;
- un porte-satellites, qui correspond ici à la couronne d'entrée numérotée **4**. Cette couronne est animée par le moteur du véhicule ;
- le satellite, numéroté **5**.

La voiture est le solide nommé **1**. Un modèle de représentation CAO d'un différentiel est donné FIGURE 3.

#### 3.2 Paramétrage et schéma cinématique

On donne FIGURE 4 un schéma cinématique du mécanisme.



#### Attention

par souci de clarté, les axes  $\vec{y}_1$  et  $\vec{y}_4$  ont été dessinés confondus sur la figure.

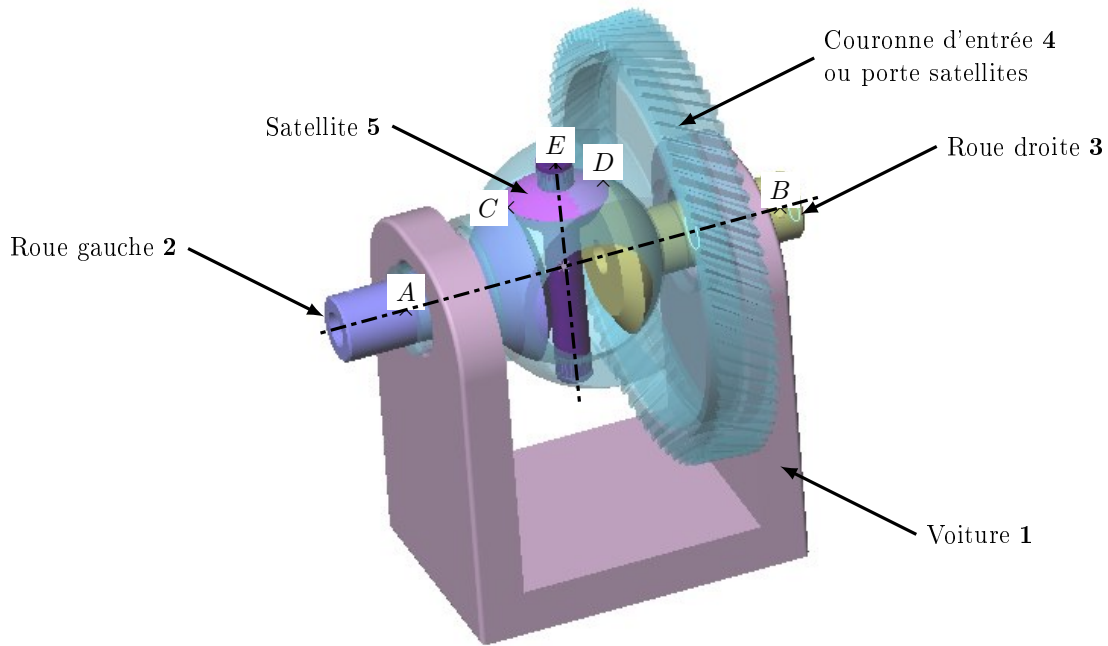


FIGURE 3 – Modèle 3D d'un différentiel

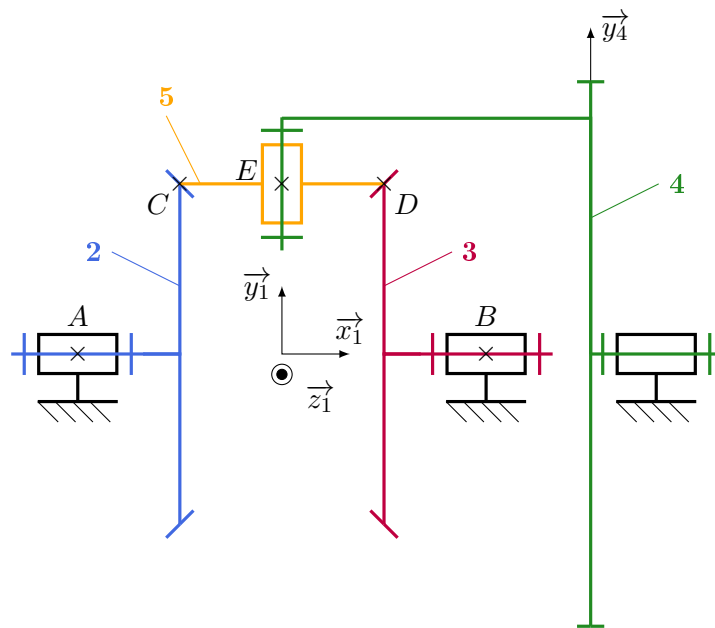


FIGURE 4 – Schéma cinématique du différentiel

Le paramétrage est alors le suivant :

- le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , lié au solide **2**, a un mouvement de rotation par rapport au solide **1** autour de l'axe  $(A, \vec{x}_1)$ . On a donc  $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$  et on note  $\vec{\Omega}_{2/1} = \omega_{21} \cdot \vec{x}_1$  ;
- le repère  $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , lié au solide **3**, a un mouvement de rotation par rapport au solide **1** autour de l'axe  $(B, \vec{x}_1)$ . On a donc  $\vec{x}_1 = \vec{x}_3$  et on note  $\vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{31} \cdot \vec{x}_1$  ;
- le repère  $R_4(B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ , lié au solide **4**, a un mouvement de rotation par rapport au solide **1**

autour de l'axe  $(B, \vec{x}_1)$ . On a donc  $\vec{x}_1 = \vec{x}_4$  et on note alors  $\overrightarrow{\Omega}_{4/1} = \omega_{41} \cdot \vec{x}_1$  ;

- le repère  $R_5(E, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ , lié au solide **5**, a un mouvement de rotation par rapport au solide **4** autour de l'axe  $(E, \vec{y}_4)$ . On note  $\overrightarrow{\Omega}_{5/4} = \omega_{54} \cdot \vec{y}_4$ .

On donne :  $\overrightarrow{BD} = -a \cdot \vec{x}_1 + R \cdot \vec{y}_4, \quad \overrightarrow{AC} = a \cdot \vec{x}_1 + R \cdot \vec{y}_4, \quad \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{ED} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} = r \cdot \vec{x}_1.$

On note  $Z_5$  le nombre de dent du satellite **5**,  $Z_3$  celui du planétaire **3** et  $Z_2$  celui du planétaire **2**. On a, compte tenu des dimensions :  $Z_3 = Z_2$ .

### 3.3 Vérification du fonctionnement attendu

**Question 5** On choisit le porte satellite **4** comme référentiel. En traduisant le roulement sans glissement au point  $C$ , respectivement  $D$ , entre les solides **2** et **5**, respectivement les solides **3** et **5**, donner les rapports  $r_1 = \frac{\omega_{34}}{\omega_{54}}$  et  $r_2 = \frac{\omega_{24}}{\omega_{54}}$ .

**Question 6** En déduire une relation entre  $\omega_{34}$  et  $\omega_{24}$ .

**Question 7** En introduisant le solide **1**, déterminer l'équation liant  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{31}$  et  $\omega_{41}$ . À l'aide de la formule de Willis, en déduire la raison  $\lambda$  d'un train épicycloïdal d'un différentiel.

**Question 8** Conclure quant au respect de la relation déterminée à la **4**. Déterminer les relations entre  $\omega_{21}$  et  $\omega_{41}$  d'une part et entre  $\omega_{31}$  et  $\omega_{41}$  d'autre part.

Supposons que la roue gauche soit sur de la glace et la roue droite sur le goudron. La roue gauche peut alors très facilement patiner par manque d'adhérence, contrairement à la roue droite.

**Question 9** Déterminer dans ce cas la vitesse de rotation de la roue gauche en fonction de  $\omega_{41}$ , vitesse de rotation de la couronne d'entrée du différentiel. La voiture peut-elle avancer en augmentant la vitesse de rotation du moteur ?

**Question 10** Énoncer alors l'inconvénient majeur d'un différentiel et proposer des solutions d'amélioration.

**Question 11** Culture technologique : combien de différentiels doit posséder un véhicule 4x4 ?