

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

Formulaire

CPGE

« Apprendre sans réfléchir est vain. Réfléchir sans apprendre est dangereux. »

v1.5

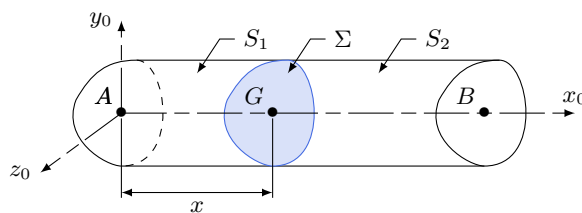
Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

1 Hypothèses de la résistance des matériaux

- Définition du modèle poutre
- Hypothèses géométriques
- Hypothèses sur les déformations
- Hypothèses sur les matériaux
- Hypothèse de Navier-Bernoulli
- Principe de Barré de Saint-Venant

2 Tenseur de cohésion

2.1 Définition



$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = \{\mathcal{T}_{S_2 \rightarrow S_1}\}_{G(x)}$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} N & Mt \\ T_y & Mf_y \\ T_z & Mf_z \end{pmatrix} \\ G(x) \end{matrix}$$

- N : effort normal d'axe x
- T_y : effort tranchant selon l'axe y
- T_z : effort tranchant selon l'axe z
- Mt : moment de torsion autour de x
- Mf_y : moment de flexion autour de y
- Mf_z : moment de flexion autour de z

2.2 Identification des sollicitations

Traction Compression	Flexion pure	Flexion simple	Torsion	Cisaillement
$\begin{matrix} \begin{pmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ G \end{matrix}$	$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Mf_z \end{pmatrix} \\ G \end{matrix}$	$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{pmatrix} \\ G \end{matrix}$	$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ G \end{matrix}$	$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ G \end{matrix}$

2.3 Détermination du torseur de cohésion

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}_{G(x)} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\}_{G(x)} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_2}\}_{G(x)}$$

3 Contraintes, déformations et déplacements

Contrainte	Relation efforts-contraintes	Relation contr.-déformat°	Relation efforts-déformations
Traction	$\sigma = \vec{T}(M, \vec{x}) \cdot \vec{x} = \frac{N}{S}$	$\sigma = E\varepsilon_x$	$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{N}{E \cdot S}$
Flexion	$\sigma = \vec{T}(M, \vec{x}) \cdot \vec{x} = -\frac{Mf_z}{I_{G_z}}y$	$\sigma = E\varepsilon_x$	$Mf_z = EI_{G_z}u''_y(x)$
Torsion	$\tau = \vec{T}(M, \vec{x}) \cdot \vec{y} = \frac{Mt}{I_G}r$	$\tau = Gr\gamma_x$	$Mt = G\gamma_x I_G$ et $\Delta\theta_x = \gamma_x L$
Cisaillement	$\tau = \vec{T}(M, \vec{x}) \cdot \vec{y} = \frac{T_y}{S}$	$\tau = G\gamma$	-

4 Moments quadratiques

- Moment quadratique : $I_{G_z}(S) = \int_S y^2 \cdot dS$ et $I_{G_y}(S) = \int_S z^2 \cdot dS$ (en mm^4)
- Moment quadratique polaire : $I_G(S) = \int_S r^2 \cdot dS$ et $I_G(S) = I_{G_y}(S) + I_{G_z}(S)$
- Théorème de Huygens : $I_{M_z}(S) = I_{G_z}(S) + S \cdot y_M^2$

5 Un peu de vocabulaire...

- σ_x ou σ_n : Contrainte normale
- τ : Contrainte tangentielle
- ε : Déformation unitaire
- E : Module d'Young
- G : Module de Coulomb
- ν : Coefficient de Poisson
- R_e : Limite élastique
- R_{pe} : Limite pratique à l'extension
- R_g : Limite élastique au glissement
- R_{pg} : Résistance pratique au glissement

6 Quelques valeurs pour l'acier

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}, \quad 200 \text{ MPa} < R_e < 1400 \text{ MPa}, \quad R_g \simeq 0,4 \text{ à } 0,8 R_e, \quad \nu = 0,3$$