



## ACTIONS MÉCANIQUES

Formulaire

CPGE

Rappels de PTSI

v1.4

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

## 1 Modélisation des Actions Mécaniques

## 1.1 Actions mécaniques et outil torseur

Modèle local	Modèle global	Forme générale du torseur des AM
$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \int_{\tau} d\vec{F}_{1 \rightarrow 2} \\ \int_{\tau} \vec{PM} \wedge d\vec{F}_{1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}_P$	$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{P,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}_P$	$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{ll} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_b$

## 1.2 Changement de point d'un torseur

$$\vec{M}_{B,1 \rightarrow 2} = \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} + \vec{BA} \wedge \vec{F}_{1 \rightarrow 2}$$

## 2 Géométrie des masses

- Centre de masse :  $\vec{OG} = \frac{1}{m} \int_V \vec{OM}.dm$
- Barycentre :  $\vec{OG} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{OG}_i$
- Coordonnées cartésiennes :  $dS = dx dy$
- Coordonnées polaires :  $dS = r dr d\theta$
- Théorèmes de Guldin :
  - ◊ 1<sup>er</sup>th. de Guldin :  $S = 2\pi.L.r_g$
  - ◊ 2<sup>e</sup>th. de Guldin :  $V = 2\pi.S.r_g$

## 3 Théorèmes et principes

## 3.1 Principe des actions réciproques

$$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\} = -\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}$$

## 3.2 Principe Fondamental de la Statique (PFS)

$$\text{PFS : } \sum \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S}\} = \{0\} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Th. de la résultante statique : } \sum \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow S} = \vec{0} \\ \text{Th. du moment statique (en A) : } \sum \vec{M}_{A,\text{ext} \rightarrow S} = \vec{0} \end{cases}$$

### 3.3 Problème plan

$$\text{Pour un problème plan (dans } (\vec{x}, \vec{y}) \text{)} : \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{P(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \iff \begin{Bmatrix} X_{12} & / \\ Y_{12} & / \\ / & N_{12} \end{Bmatrix}_{P(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

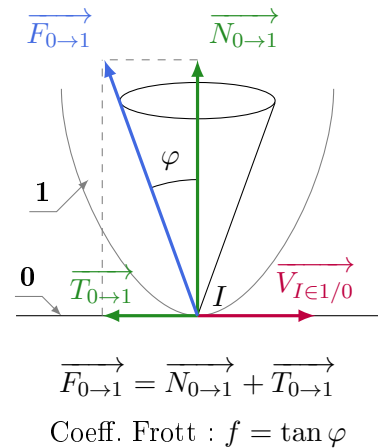
Penser à utiliser la méthode des bras de levier quand c'est possible ! Cela simplifie beaucoup les calculs par rapport aux calculs torsoriels.

## 4 Frottements - Lois de Coulomb

**Frottement** :  $\vec{V}_{I \in 1/0} \neq \vec{0} \rightarrow$  La résultante est sur le cône de frottement, et :  $\|\vec{T}_{0 \rightarrow 1}\| = f \cdot \|\vec{N}_{0 \rightarrow 1}\|$  ;

**Adhérence** :  $\vec{V}_{I \in 1/0} = \vec{0} \rightarrow$  La résultante est quelque part dans le cône de frottement, et s'oppose à la tendance au mouvement :  $\|\vec{T}_{0 \rightarrow 1}\| < f \cdot \|\vec{N}_{0 \rightarrow 1}\|$  ;

**Équilibre strict** :  $\vec{V}_{I \in 1/0} = \vec{0} \rightarrow$  La résultante est sur le cône de frottement, et s'oppose à la tendance au mouvement :  $\|\vec{T}_{0 \rightarrow 1}\| = f \cdot \|\vec{N}_{0 \rightarrow 1}\|$  ;



## 5 Démarche de résolution d'un problème de statique

- **Étape 1** : Isoler un solide ou un ensemble de solides ( $E$ ).
- **Étape 2** : Identifier le type de problème (plan, spatial, symétrie...).
- **Étape 3** : Faire l'inventaire des Actions Mécaniques Extérieures (IAME) appliquées au(x) solide(s) isolé(s) (cf. graphe des liaisons).
- **Étape 4** : **Énoncer** le PFS.
- **Étape 5** : Écrire les équations scalaires nécessaires à la résolution du problème.

## 6 Statique graphique

- **Cas d'un solide soumis à 2 AME** : ces deux actions sont égales en norme et opposées. Leur support mutuel est la droite qui passe par les points d'application des 2 actions.
- **Cas d'un solide soumis à 3 AME** :
  - ◊ Leurs supports sont concourants (ils se coupent en un même point)
  - ◊ Leur somme vectorielle est nulle (le triangle des forces - ou dynamique des forces - est fermé)