



PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

TD 4

CPGE

Compétences visées: A2-01, B2-16, B2-17, C2-16

v1.41

Lycée La Fayette - 21 Bd Robert Schuman - 63000 Clermont-Ferrand - Académie de Clermont-Ferrand

ÉOLIENNE

1 Présentation

On se propose d'étudier la transmission des efforts du vent dans les différents organes qui constituent une éolienne et plus principalement, de vérifier le dimensionnement du frein qui permet de maintenir les pales à l'arrêt lorsque l'éolienne n'est pas dirigée dans la direction des vents dominants, afin de ne pas détériorer son fonctionnement.

Outre la fonction principale de récupération d'énergie, l'extrait du cahier des charges suivant spécifie certaines performances pour deux autres fonctions.

Exigence	Valeur
Pouvoir arrêter la rotation des pales	Vitesse du vent maximale : 100 km/h
Être alimentée en énergie hydraulique	Pression maximale : 8 bar



Objectif

Vérifier les performances annoncées par le constructeur.

2 Modélisation

2.1 Architecture du mécanisme

L'éolienne est composée (voir FIGURE 1) d'un axe **1** en liaison rotule de centre A par rapport au bâti **0** et d'une liaison linéaire annulaire d'axe (B, \vec{x}) par rapport à **0**. Sur l'axe **1** sont fixées deux pales. Le vent pousse sur les pales et entraîne donc en rotation l'axe **1** qui transmet la puissance à l'axe **2** par le biais d'un engrenage conique. Le contact entre **1** et **2** sera modélisé par une liaison ponctuelle de centre I et de normale \vec{u} fixe par rapport au bâti. L'arbre **2**, en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}) par

rapport au bâti, transmet le mouvement à une génératrice électrique **3**. D'autre part, l'arbre **2** (et donc l'arbre **1**) peut être arrêté en rotation au moyen d'un frein constitué des pièces **4** et **5** (voir FIGURE 3 pour le détail des liaisons).

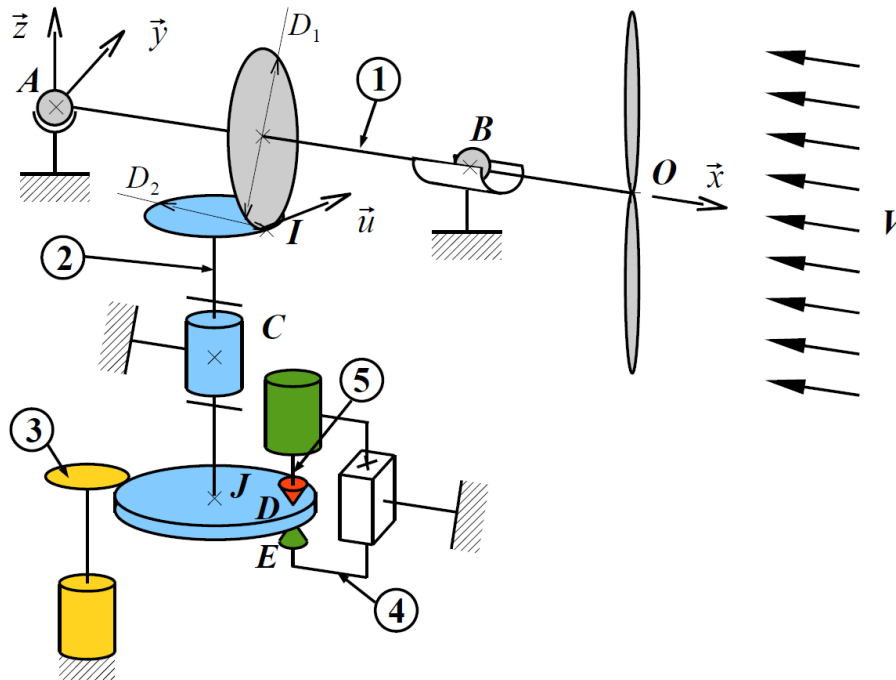


FIGURE 1 – Schéma structurel de l'ensemble de transmission

2.2 Caractéristiques géométriques

- Caractéristiques géométriques de l'axe **1** : $AB = L = 200 \text{ mm}$; $BO = \ell = 30 \text{ mm}$; $\vec{AI} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x} - \frac{D_1}{2} \cdot \vec{z}$;
- Longueur des pales : $\lambda = 3 \text{ m}$
- Caractéristiques de l'engrenage conique : $\vec{u} = \cos \alpha \cdot \vec{y} + \sin \alpha (\cos \delta \cdot \vec{x} + \sin \delta \cdot \vec{z})$; $\alpha = 20^\circ$; $\delta = 45^\circ$; $D_1 = 200 \text{ mm}$; $D_2 = 50 \text{ mm}$.
- $\vec{JI} = H \cdot \vec{z} + \frac{D_2}{2} \cdot \vec{x}$ avec $H = 150 \text{ mm}$; $JC = h = 100 \text{ mm}$;
- Caractéristiques géométriques du frein : $DE = e \ll r$; $\vec{JD} = r \cdot \vec{x}$ avec $r = 150 \text{ mm}$.

L'action du vent sur une pale est modélisée par une répartition linéique uniforme de forces (voir FIGURE 2). Dans le cadre de cette étude, on supposera les pales immobiles (phase d'arrêt) et en position verticale. L'action élémentaire du vent sur un tronçon élémentaire dz en M et M' respectivement des pales supérieure et inférieure s'écrit $d\vec{F} = -[C_x \cdot \vec{x} - C_y \cdot \vec{y}]V^2 dz$ et $d\vec{F}' = -[C_x \cdot \vec{x} + C_y \cdot \vec{y}]V^2 dz$ où V correspond à la vitesse du vent et $C_x = C_y = 0,1 \text{ N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$ sont deux coefficients caractéristiques de l'écoulement de l'air sur les pales profilées.

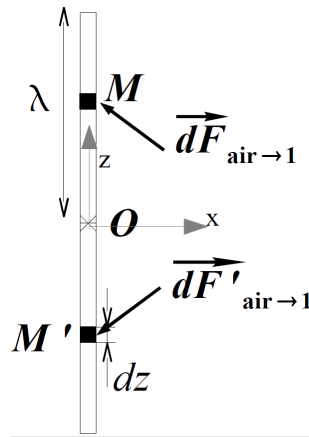


FIGURE 2 – Effort de l'air sur les pales

3 Travail demandé

3.1 Action mécanique de l'air sur les pales

Question 1 Déterminer le torseur des actions mécaniques de l'air sur la pale supérieure au point O .

Question 2 En s'aidant d'un schéma des 2 pales dans les plans (\vec{x}, O, \vec{z}) et (\vec{y}, O, \vec{z}) (cf. FIGURE 2), déduire le torseur des actions mécaniques de l'air sur la pale inférieure au point O à partir de celui de l'air sur la pale supérieure sans faire de calcul.

Question 3 Montrer que le torseur global des actions mécaniques de l'air sur les deux pales peut se mettre sous la forme $\{\mathcal{T}_{\text{air} \rightarrow \text{pales}}\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{\text{air}} \cdot \vec{x} \\ C_{\text{air}} \cdot \vec{x} \end{array} \right\}$ où on précisera les expressions de F_{air} et C_{air} (On utilisera ce torseur dans la suite de l'étude même si les expressions n'ont pas été explicitées).

3.2 Action mécanique transmise au niveau de l'engrenage conique

L'effort transmis par la roue **2** sur la roue **1** au point I est modélisé par un glisseur dont la résultante est $\vec{F}_I = F_I \cdot \vec{u}$.

Question 4 Réaliser un graphe de structure du système $\{0,1,2,4,5\}$. On ne prendra pas en compte la génératrice **3**.

Question 5 En isolant l'ensemble **1** (axe+pales), déterminer l'expression de l'effort F_I en fonction du couple C_{air} et des données géométriques, en précisant bien l'équation retenue.

3.3 Étude du frein

Les contacts entre les pièces **4** et **5** et la pièce **2** sont modélisés par des contacts ponctuels avec frottement aux points D et E de normale $\pm \cdot \vec{z}$. On notera f le coefficient de frottement ($f = 0,5$).

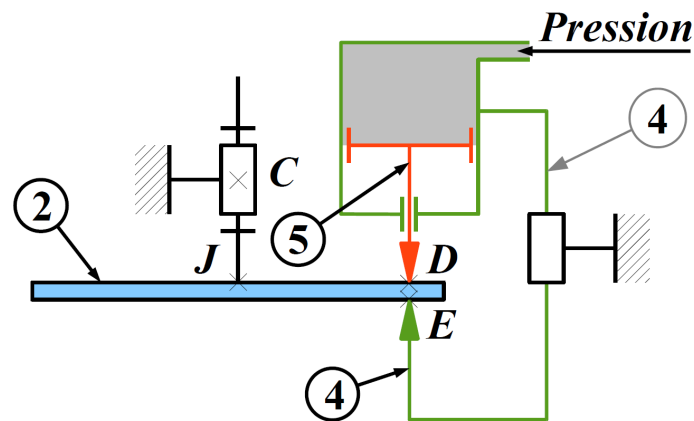


FIGURE 3 – Étrier de freinage

Question 6 Donner les torseurs des actions mécaniques transmissibles pour chacune des liaisons ponctuelles avec frottement aux points D et E . On suppose que la composante tangentielle de frottement est parallèle à \vec{y} .

Question 7 Quelle condition portant sur le coefficient de frottement et les composantes des torseurs doit être respectée pour que l'éolienne soit à l'arrêt ?

Question 8 Déterminer l'effort $\vec{F}_{p \rightarrow 5}$ de l'air sous pression sur le piston 5 (penser à prendre la pression atmosphérique en compte). On précise que le piston est cylindrique de diamètre $d = 50$ mm, que la chambre inférieure du piston est reliée à l'air libre et on néglige le diamètre de la tige 5 par rapport à celui du piston (cf. FIGURE 3).

Question 9 En isolant le piston 5 , indiquer l'équation issue du PFS à appliquer pour déterminer la composante normale de l'effort en D de 2 sur 5 . Donner l'expression en fonction de p et d .

Question 10 En isolant l'ensemble $\Sigma = \{4+5\}$, déterminer la composante de l'effort normal en E de 2 sur 4 .

3.4 Vérification du cahier des charges

Question 11 En isolant l'arbre 2 et en utilisant une équation à préciser issue du PFS, déterminer les actions tangentielles de frottement en D et E en fonction de F_T . On supposera que les deux composantes tangentielles sont égales et que l'action de 3 sur 2 est nulle.

Question 12 En déduire la vitesse limite du vent à partir de laquelle le frein n'assure plus sa fonction.

Question 13 Le cahier des charges est-il vérifié ?