



PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

TD

CPGE

Compétences visées: A2-01, C2-15, C2-16

v0.1

Lycée La Fayette - 21 Bd Robert Schuman - 63000 Clermont-Ferrand - Académie de Clermont-Ferrand

ROBOT ROBUGLASS

1 Présentation

La société *Robosoft* a développé un robot devant assurer de manière automatique l'entretien de la pyramide du Louvre sans nécessiter l'intervention (difficile et périlleuse) des opérateurs directement sur l'édifice comme cela était le cas auparavant. Grand édifice de verre et d'acier (20 mètres de hauteur pour 35 mètres de côté), la pyramide du Louvre est emblématique du musée à plus d'un titre puisqu'elle constitue également son entrée principale, son état doit donc être irréprochable.



Exigence	Critère	Niveau
Déplacer et appliquer l'outil de nettoyage sur la surface vitrée.	Vitesse linéaire de translation	$0,1 \text{ m.s}^{-1}$ (vitesse nominale)
	Inclinaison des surfaces vitrées	50°
	Trajectoire en phase de descente et de montée	Rectiligne, le long des joints de vitre
	Changement de trajectoire	Virage en début de montée pour changer de travée de vitre
	Contact outil de nettoyage-surface vitrée	En descente uniquement. Effort normal : 100 N à $\pm 3\%$
	Adhérence du porteur à la surface vitrée	Impératif en ligne droite. Glissement autorisé en virage = 20% de la vitesse nominale.

TABLE 1 – Extrait du recueil des exigences

Objectif

L'objectif de ce TD est de vérifier si la conception de l'interface robot/surface vitrée répond bien aux exigences du cahier des charges.

2 Modélisation

Dans un souci de simplification, on considère que le porteur est en position sur la surface vitrée en phase de montée de telle sorte que les actions mécaniques se répartissent de manière symétrique sur les chenilles de droite et de gauche. On néglige l'action de l'outil sur la surface vitrée. On considère le cas où le porteur n'est pas équipé de ventouses. On peut donc par symétrie ne considérer que les chenilles des groupes de propulsion **1** et **4** et adopter la modélisation plane dans le plan (\vec{Y}_p, \vec{Z}_p) (voir FIGURE 3 et FIGURE 4).

On s'intéresse aux groupes de solides : porteur (noté **5**), et groupe propulsion (noté $\mathbf{1} = \{\mathbf{11}, \mathbf{12}, \mathbf{13}, \mathbf{14}\}$), ce dernier étant composé d'un châssis de chenille (noté **11**), d'une roue motrice (notée **12**), d'une roue libre (notée **13**) et d'une chenille (notée **14**) (voir FIGURE 1).

On peut modéliser la liaison porteur **5** - groupe propulsion **1** par une liaison pivot d'axe (J_1, \vec{X}_p) . On modélise la liaison groupe de propulsion **1** - surface vitrée **0** par une liaison linéaire rectiligne d'axe (A'_1, \vec{Y}_p) .

On adoptera les notations suivantes :

$$\{V_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{b_p} \quad \text{et} \quad \{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{b_p} \quad \text{avec} \quad b_p(\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$$

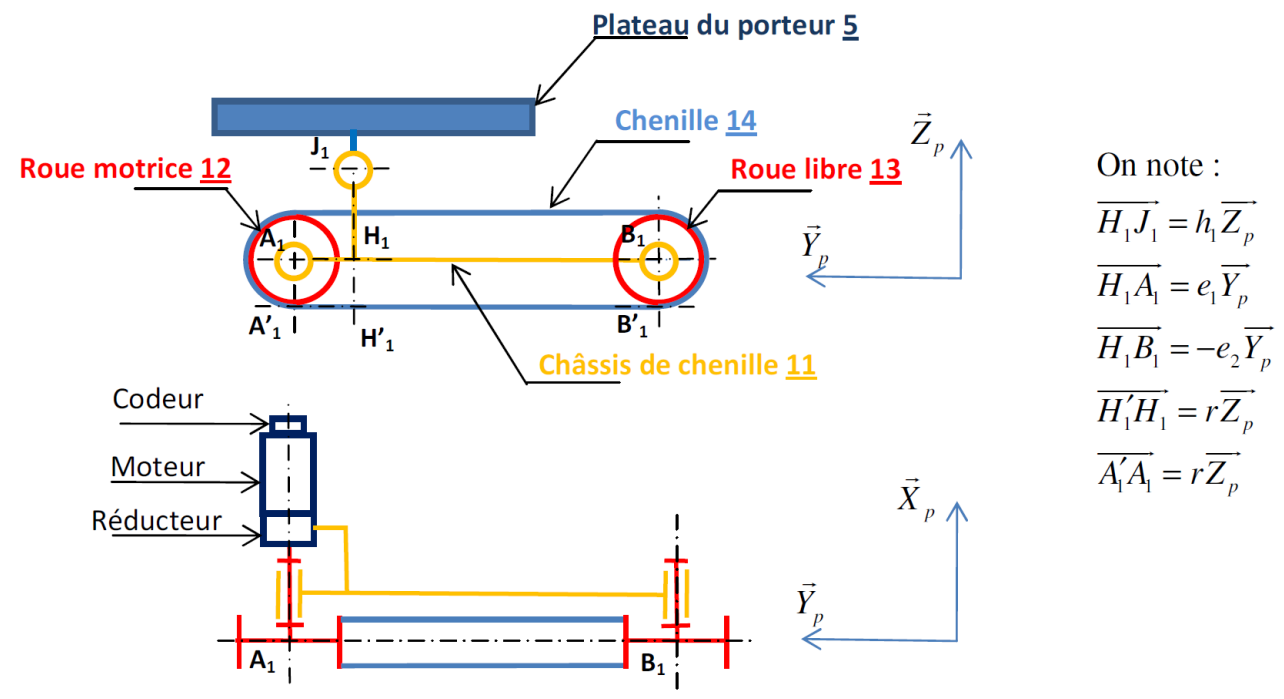


FIGURE 1 – Modélisation cinématique

3 Travail demandé

Question 1 Déterminer la liaison équivalente entre le porteur **5** et la surface vitrée **0** (par les deux méthodes à votre disposition - méthodes cinématique et statique).

On considère maintenant le problème simplifié présenté sur la FIGURE 2, composé de deux solides : le **demi**-porteur **5** et la surface vitrée **0**. Ces deux solides sont en liaison ponctuelle en J_1 de normale \vec{Z}_p (liaison équivalente aux liaisons en série entre le porteur **5**, le groupe de propulsion **1** et la surface vitrée **0**) et en liaison ponctuelle en J_4 de normale \vec{Z}_p (liaison équivalente aux liaisons en série entre le porteur **5**, le groupe de propulsion **4** et la surface vitrée **0**). Ces deux liaisons ponctuelles sont avec frottement.

On suppose que les composantes Y_{05} et Z_{05} de $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 5}\}_{J_1}$ sont positives ainsi que les composantes Y'_{05} et Z'_{05} de $\{\mathcal{T}'_{0 \rightarrow 5}\}_{J_1}$.

On prend pour les applications numériques : $l_1 = 100 \text{ mm}$, $l_2 = 300 \text{ mm}$, $h = 50 \text{ mm}$, $M = 24 \text{ kg}$ et $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

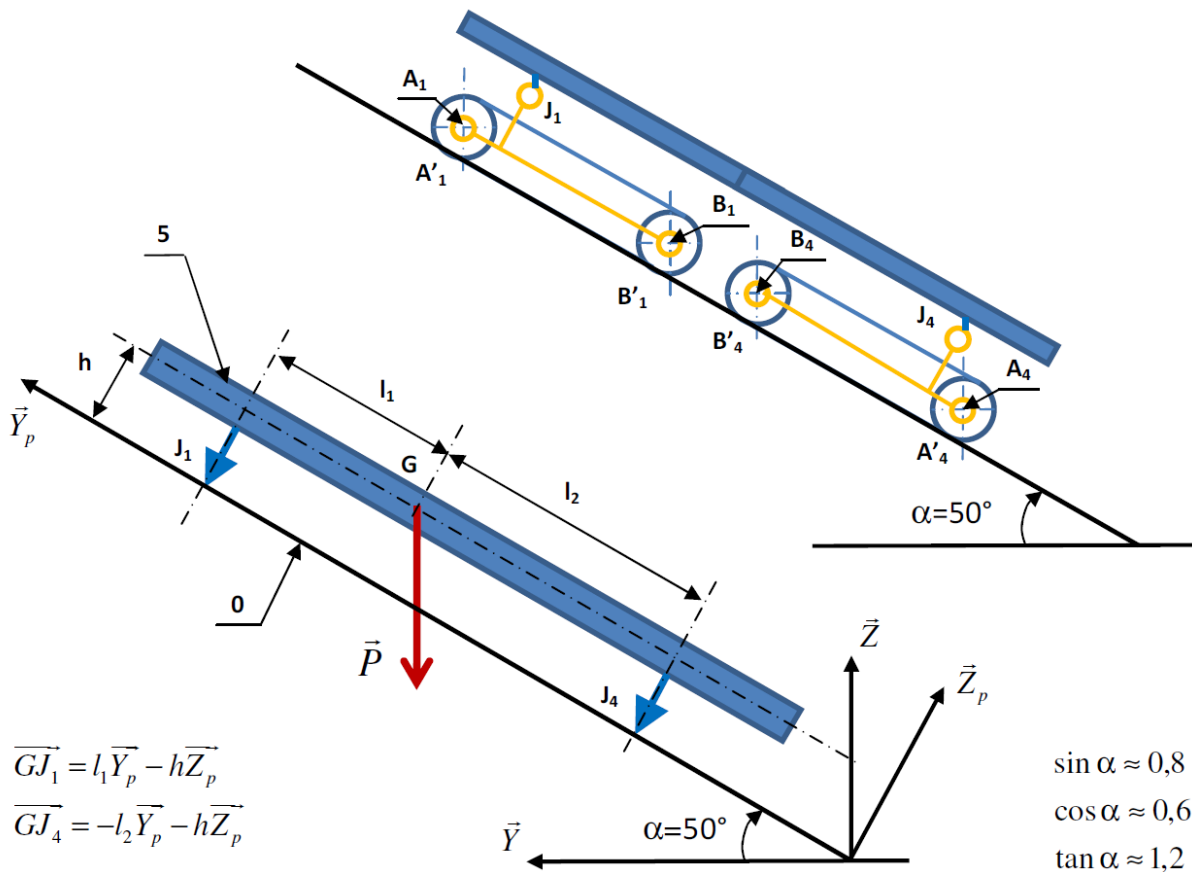


FIGURE 2 – Modélisation cinématique

On se place ainsi dans le cadre d'une modélisation plane dans le plan (\vec{Y}_p, \vec{Z}_p) :

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 5}\}_{J_1} = \begin{Bmatrix} / & 0 \\ Y_{05} & / \\ Z_{05} & / \end{Bmatrix}_{b_p} \quad \text{et} : \quad \{\mathcal{T}'_{0 \rightarrow 5}\}_{J_4} = \begin{Bmatrix} / & 0 \\ Y'_{05} & / \\ Z'_{05} & / \end{Bmatrix}_{b_p}$$

Question 2 Exprimer le torseur des actions de pesanteur sur le demi-porteur considéré exprimé au centre de gravité dans la base b_p . On note $2M$ la masse du porteur complet.

Question 3 Écrire les équations du Principe Fondamental de la Statique (PFS) appliquées au demi-porteur uniquement soumis aux actions du poids et des appuis sur la surface vitrée. Vous exprimerez les moments au point J_1 . Projeter ces équations sur \vec{X}_p , \vec{Y}_p et \vec{Z}_p (en modélisation plane toujours).

Question 4 En déduire la valeur des composantes normales des efforts transmissibles par les ponctuelles. Effectuer l'application numérique.

Question 5 Dans la théorie du frottement de Coulomb, quelle relation existe-t-il entre l'effort normal noté Z_{ij} et l'effort tangentiel noté Y_{ij} transmissible par une liaison ponctuelle à la limite du glissement (on note le coefficient de frottement f).

Question 6 En déduire la valeur maximum des composantes tangentielles Y_{05} et Y'_{05} à la limite du glissement sachant que le coefficient de frottement vaut $f = 0,7$.

Question 7 Vérifier alors si les équations d'équilibre du robot sont vérifiées. Conclure quand à la vérification du critère du cahier des charges pour une trajectoire rectiligne.

Question 8 Expliquer succinctement comment l'utilisation de ventouses permet la vérification du critère du cahier des charges (FIGURE 3).

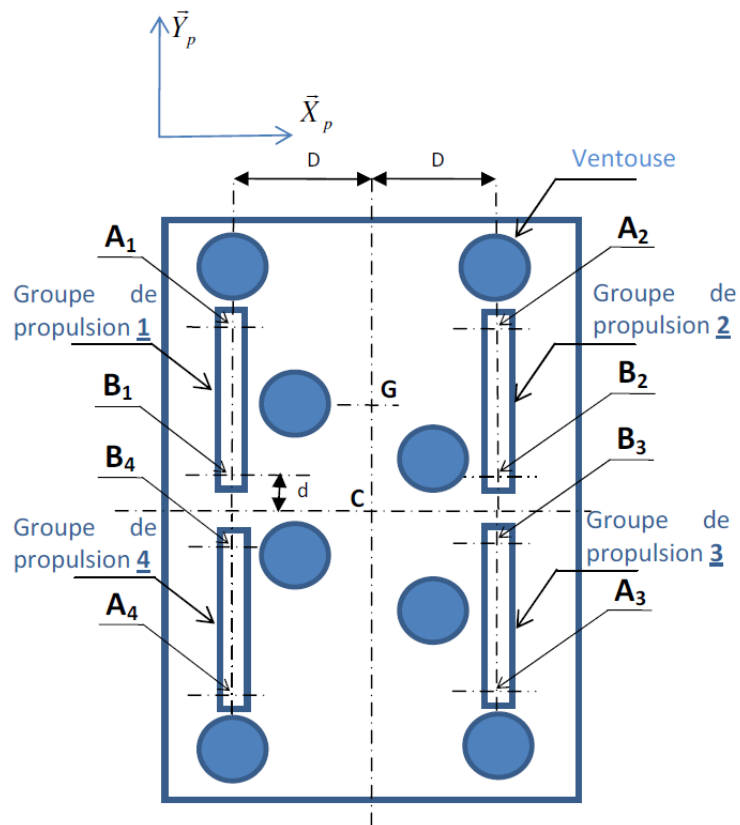


FIGURE 3 – Vue de dessous du Robuglass

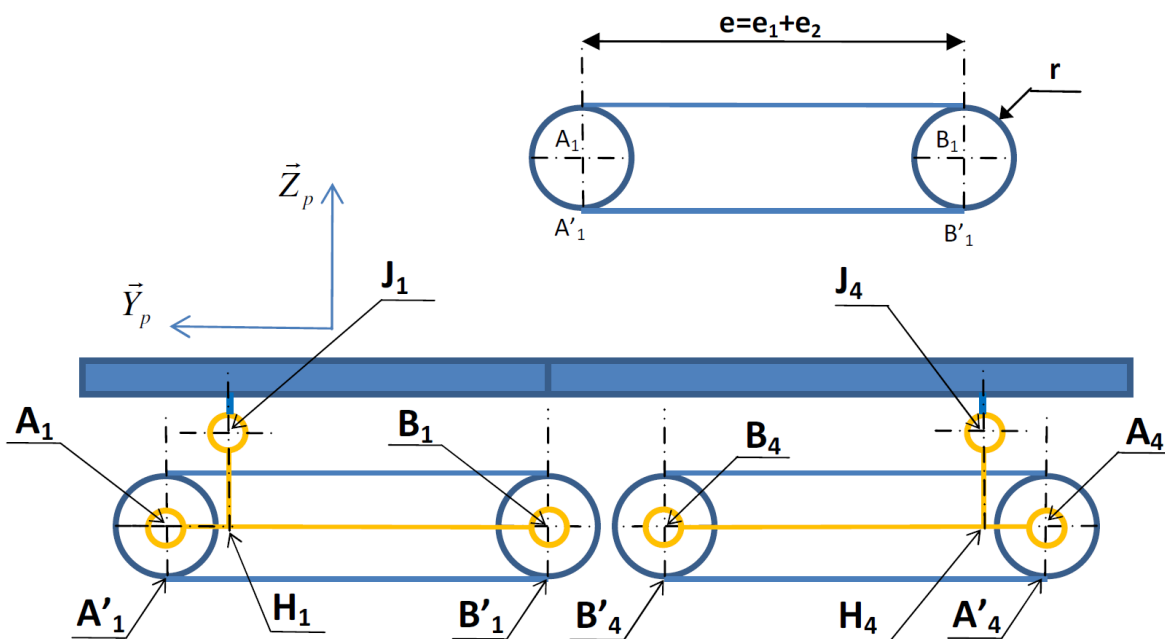


FIGURE 4 – Modélisation plane