

## ROBOT DE SOUDURE

### 1 Présentation

Les robots sont très utilisés dans les opérations de fabrication (soudure, assemblage ...). L'étude suivante porte sur un tel robot dont une modélisation est proposée ci-dessous. Le robot est constitué de 4 segments (ou solides) articulés entre eux, le premier solide étant articulé sur un solide fixe  $S_0$ . Le robot est de type RRRT, où R désigne un mouvement relatif de type Rotation entre deux segments consécutifs et T désigne un mouvement relatif de type Translation.



### 2 Paramétrage

Le solide  $S_0$ , appelé base, est fixé au sol de l'atelier. Soit  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère lié à la base du robot.

Le solide  $S_1$ , appelé fût, est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$  par rapport à la base  $S_0$ . Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M1$  non représenté. Soit  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  un repère lié au fût. On pose  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  et  $\overrightarrow{O_0O_1} = L_0 \cdot \vec{z}_0$  ( $L_0 = 50$  cm).

Le solide  $S_2$ , appelé bras, est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(O_1, \vec{x}_1)$  par rapport au fût  $S_1$ . Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M2$  non représenté. Soit  $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  un repère lié au bras. On pose  $\theta_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$  et  $\overrightarrow{O_1O_2} = L_1 \cdot \vec{y}_2$  ( $L_1 = 70$  cm).

Le solide  $S_3$ , appelé avant-bras, est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(O_2, \vec{x}_2)$  par rapport au bras  $S_2$ . Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M3$  non représenté. Soit  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  un repère lié à l'avant-bras. On pose  $\theta_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  et  $\overrightarrow{O_2O_3} = L_2 \cdot \vec{y}_3$  ( $L_2 = 60$  cm).

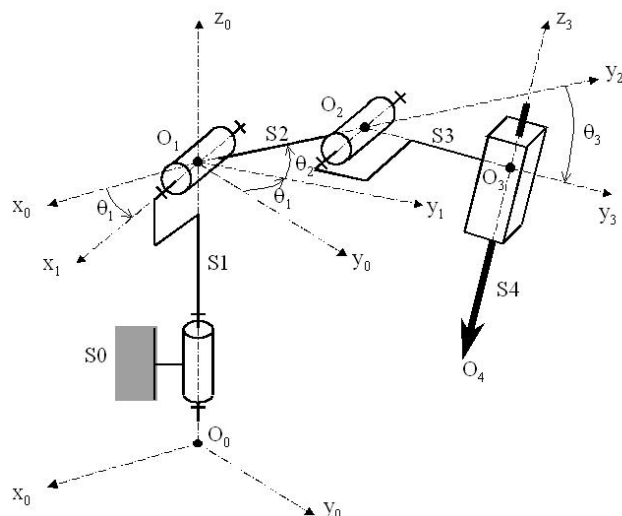


FIGURE 1 - Modélisation du robot de soudure

Le solide  $\mathcal{S}_4$ , appelé organe terminal, est animé d'un mouvement de translation suivant la direction  $z_3$  par rapport à l'avant-bras  $\mathcal{S}_3$ . Ce mouvement de translation est assuré par un vérin linéaire  $V4$  non représenté. Soit  $R_4 (O_4, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  un repère lié à l'organe terminal. On pose  $\overrightarrow{O_3O_4} = \lambda(t) \cdot \vec{z}_3$ .

Les mouvements du robot sont étudiés dans le repère  $R_0$  lié à la base et supposé galiléen. L'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$  est vertical ascendant.

On donne l'extrait du recueil des exigences suivant :

Exigences	Niveaux
Vitesse max de soudure	< 30 cm/s
Vitesse maximale du vérin	$\pm 0,1$ m/s
Accélération maximale du vérin	$\pm 1$ m/s <sup>2</sup>
Effort maximum exercé par la tige du vérin	50 N
Vitesse de rotation maximale des moteurs (après réduction)	$\pm 0,3$ rad/s
Accélération angulaire maximale des moteurs	$\pm 1$ rad/s <sup>2</sup>

FIGURE 2 – Extrait du recueil des exigences

### 3 Détermination de la loi de commande en vitesse

Dans cette partie, on s'intéresse plus particulièrement à la caractérisation de la position de l'organe terminal en fonction des variables articulaires  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \lambda)$  ainsi qu'à la commande des axes pour accomplir une tâche donnée, c'est-à-dire pour réaliser le déplacement d'une pièce suivant une trajectoire donnée. Pour obtenir un mouvement donné de l'organe terminal, il faut spécifier les vitesses angulaires des moteurs  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$  et la vitesse linéaire du vérin  $\dot{\lambda}$ .

L'objectif de cette partie est donc de déterminer la vitesse d'un point de l'organe terminal en fonction des paramètres de vitesse imposés.

**Question 1** Mettre en place les figures de changement de bases relatives aux angles de rotation  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ .

**Question 2** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{O_0O_4}$  sans chercher à le décomposer dans une base précise.

**Question 3** En utilisant la dérivation vectorielle, montrer que le vecteur vitesse  $\overrightarrow{V_{O_4 \in \mathcal{S}_4 / R_0}}$  vaut :

$$\overrightarrow{V_{O_4 \in \mathcal{S}_4 / R_0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{z}_3 + L_1 \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2 + (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)(L_2 \cdot \vec{z}_3 - \lambda \cdot \vec{y}_3) + [\lambda \sin(\theta_2 + \theta_3) - L_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) - L_1 \cos \theta_2] \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_2$$

### 4 Commande pour un déplacement horizontal de l'organe terminal

On souhaite réaliser un cordon de soudure d'axe  $(O_0, \vec{y}_0)$  (cf. FIGURE 1). Ce mouvement impose les contraintes suivantes :

- déplacement dans le plan :  $\theta_1 = 0$  ;
- réalisation d'un cordon de soudure correct :  $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_3) = \text{cste}$  ;
- déplacement de l'organe terminal à vitesse constante selon  $\vec{y}_0$  :  $\overrightarrow{V_{O_4 \in \mathcal{S}_4 / R_0}} = V \cdot \vec{y}_0$  avec  $V = \text{cste}$ .

**Question 4** Après avoir exprimé  $\alpha$  en fonction de  $\theta_2$  et  $\theta_3$ , en utilisant les deux premières hypothèses, simplifier au maximum l'expression de  $\overrightarrow{V_{O_4 \in S_4 / R_0}}$ .

**Question 5** Donner les deux relations scalaires, reliant les paramètres articulaires  $\theta_i$  et leur dérivée  $\dot{\theta}_i$  et  $\dot{\lambda}$  en fonction de  $\alpha$  et  $V$ , traduisant la relation  $\overrightarrow{V_{O_4 \in S_4 / R_0}} = V \cdot \vec{y}_0$ .

**Question 6** Déterminer le vecteur taux de rotation  $\overrightarrow{\Omega_{S_3 / S_0}}$ . En déduire le mouvement de  $S_3$  par rapport à  $S_0$ .

**Question 7** Déterminer la vitesse maximale  $V_{\max}$  atteignable en fonction des caractéristiques du vérin et des moteurs. Conclure quant au respect du cahier des charges sur le critère de vitesse maximale.