



MODÉLISATION DES SLCI

TD 2

CPGE

Compétences visées: A3-01, A3-02, A3-03, A3-04, A3-05, B2-04, B2-05

v1.3

Lycée La Fayette - 21 Bd Robert Schuman - 63000 Clermont-Ferrand - Académie de Clermont-Ferrand

RÉGULATION D'ALTITUDE

1 Mise en situation

1.1 Problème technique

Les avions de ligne modernes sont largement automatisés : un avion est capable de décoller, atterrir et effectuer son vol de croisière de façon automatique. Le pilote automatique est même obligatoire en croisière sur les itinéraires très fréquentés, où l'avion doit impérativement rester dans un intervalle d'altitude étroit et à l'atterrissage en cas de faible visibilité.



Tous les paramètres de vol peuvent être asservis, comme le cap, l'altitude, la vitesse, etc. L'exercice s'intéresse à l'asservissement d'altitude de l'A380 en vol de croisière. L'avion présente une envergure de 80 m permettant de soulever les 550 tonnes de l'appareil en charge. Le contrôle de l'altitude s'effectue par les gouvernes de profondeur inclinant l'avion et conduisant à une augmentation ou une diminution de la portance aérodynamique des ailes.

Objectif

L'objectif du TD est de justifier le choix d'une structure d'asservissement pour le maintien d'altitude autour d'une position donnée.

1.2 Modélisation

La courbe de la FIGURE 1 donne la relation entre l'incidence des gouvernes notée $i(t)$ et la force de portance de l'aile $F_p(t)$. La force de portance des ailes est modifiée par les vents verticaux qui génèrent une force perturbatrice F_v sur l'avion.

La force de portance compense le poids et génère des accélérations verticales, traduites par le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'avion :

$$m\ddot{z}(t) = F_p(t) - F_v(t) - P - f\dot{z}(t)$$

où $m = 550 \cdot 10^3 \text{ kg}$ est la masse de l'avion, P le poids de l'avion, F_p la force de portance, F_v la force perturbatrice due au vent et $-f\dot{z}$ une force de traînée aérodynamique du fuselage avec $f = 2 \cdot 10^4 \text{ N.s.m}^{-1}$. L'accélération de la pesanteur est notée $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

L'altimètre mesure l'altitude de l'avion et transmet l'information à la partie commande. L'écart ε résultant de la comparaison entre la consigne d'altitude z_c et l'altitude mesurée z est traité par le correcteur élaborant les consignes α aux gouvernes de profondeur tel que $\alpha(t) = K_c \varepsilon(t)$. L'inclinaison α de la gouverne impose un angle d'incidence des ailes i tel que $i(t) = K_g \alpha(t)$, où $K_g = 2$.

Question 1 L'asservissement est-il régulateur ou suiveur dans ce cas ?

Question 2 Proposer un schéma-bloc fonctionnel du système asservi de consigne $z_c(t)$ et de sortie $z(t)$ (on considérera F_v comme une perturbation sur l'avion).

2 Détermination de la réponse du système

2.1 Équations simplifiées

On étudie les variations d'altitude autour d'une position d'équilibre particulière de l'avion (appelée point de fonctionnement), pour laquelle l'incidence notée i_0 est telle que la force de portance F_p compense exactement le poids de l'avion.

On note $\Delta F_p(t)$ et $\Delta i(t)$ les petites variations de $F_p(t)$ et $i(t)$ autour du point de fonctionnement. On pose également $z(t) = z_0 + \Delta z(t)$ avec z_0 l'altitude d'équilibre constante en l'absence de force F_v et $\Delta z(t)$ la petite variation autour de ce point de fonctionnement.

Question 3 Déterminer l'incidence i_0 correspondant à ce point de fonctionnement. En déduire une relation linéaire $\Delta F_p(t) = K_p \Delta i(t)$ où l'on donnera la valeur numérique de K_p .

Question 4 Proposer une équation différentielle dite linéarisée faisant intervenir $\Delta z(t)$ et $\Delta i(t)$.

On suppose F_v nulle.

Question 5 Utiliser les informations données dans la modélisation pour déterminer une équation différentielle du second ordre donnant l'évolution de $\Delta z(t)$ en fonction de la consigne $\Delta z_c = z_c$.

Question 6 Donner les expressions des constantes caractéristiques de cette équation, pulsation propre non amortie ω_0 , coefficient d'amortissement ξ et gain K .

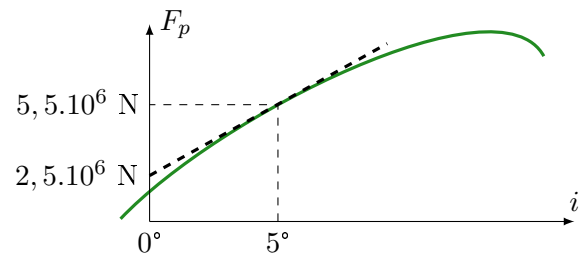
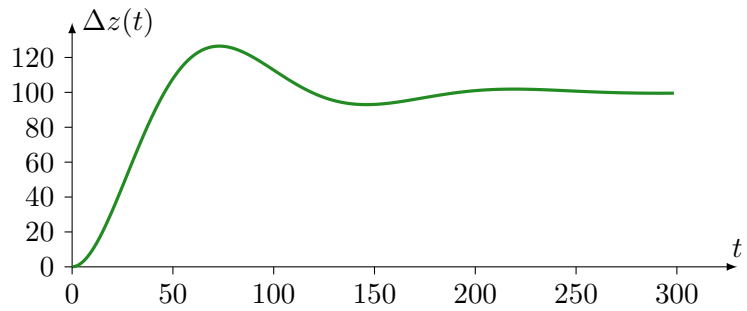


FIGURE 1 – Force de portance F_p en fonction de l'incidence i

2.2 Analyse de la réponse temporelle

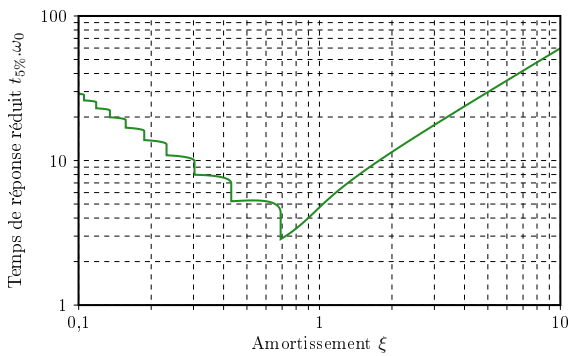
La FIGURE 2 montre la réponse temporelle de $\Delta z(t)$ pour une consigne indicielle de 100 m avec un réglage optimal du gain K_c .



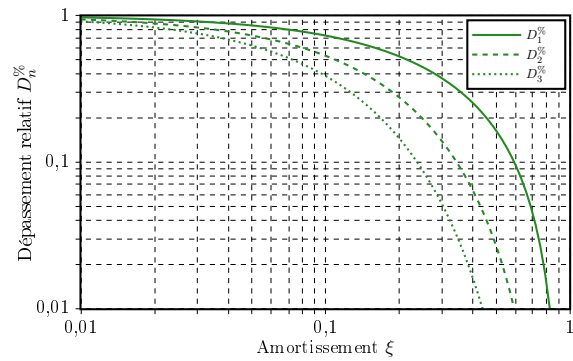
Question 7 En déduire le temps de réponse à 5 % et le premier dépassement en pourcentage.

Question 8 En utilisant les abaques (FIGURE 3), déterminer la valeur de K_c qui a permis d'obtenir ces performances.

FIGURE 2 – Réponse temporelle de la régulation d'altitude de l'A380



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs d'un deuxième ordre en fonction de l'amortissement ξ

FIGURE 3 – Abaques du temps de réponse réduit (en ordonnée $T_{reduit} = t_{5\%}\omega_0$) et des dépassements relatifs