

# STATIQUE

TD 3

Réf. Programme: S412 - Solide indéformable, actions mécaniques  
Comp. visées: A2-03, B2-07, B2-09, C1-04, C2-13, C2-14

v1.1

Lycée Richelieu - 64, rue Georges Sand - 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

## Principe Fondamental de la Statique RADAR MÉTÉOROLOGIQUE BANDE X

### 1 Présentation

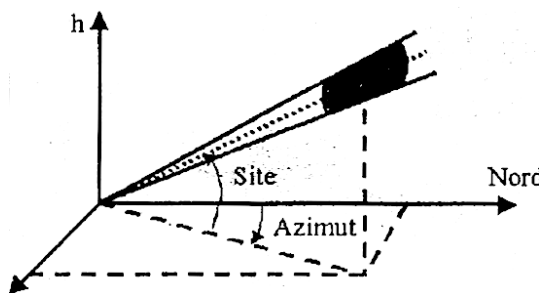
#### 1.1 Mise en situation

Le radar météorologique est un outil d'aide à l'analyse et à l'observation des masses nuageuses. Il offre une large couverture spatiale et des mesures à haute résolution spatio-temporelle des champs de pluie en temps réel. Son utilisation s'est fortement développée dans les années qui suivirent la fin de la seconde guerre mondiale.



Depuis, leur utilisation étant particulièrement intéressante pour les mesures hydrologiques, leur technique n'a cessé d'évoluer. Avec la constitution du réseau NEXRAD, en 1988, sur le continent Nord américain fort de ses 160 radars et du réseau ARAMIS de Météo France avec ses 14 radars, de gros efforts sont menés pour améliorer les techniques d'estimation et de prévision à courte échéance des pluies par radar.

#### 1.2 Principe de fonctionnement



A intervalles de temps réguliers, le radar émet dans l'atmosphère des ondes électromagnétiques de forte puissance, de durée très brève et de fréquence très élevée. L'énergie contenue dans cette onde est concentrée par une antenne directive. Toutes les cibles qui se trouvent à l'intérieur du faisceau interceptent une partie de l'onde émise. Cette puissance incidente est alors en partie absorbée par la cible, et rayonne dans toutes les directions. La fraction du

signal qui retourne vers l'antenne est le signal utile à la détection.

Sur quelques centaines de kilomètres, on admet que l'onde se propage en ligne droite à la vitesse constante de la lumière ( $C \approx 3, 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). L'orientation de l'antenne et le temps écoulé entre l'émission de l'onde et le retour de la puissance réfléchi permettent de localiser la cible en direction et distance.

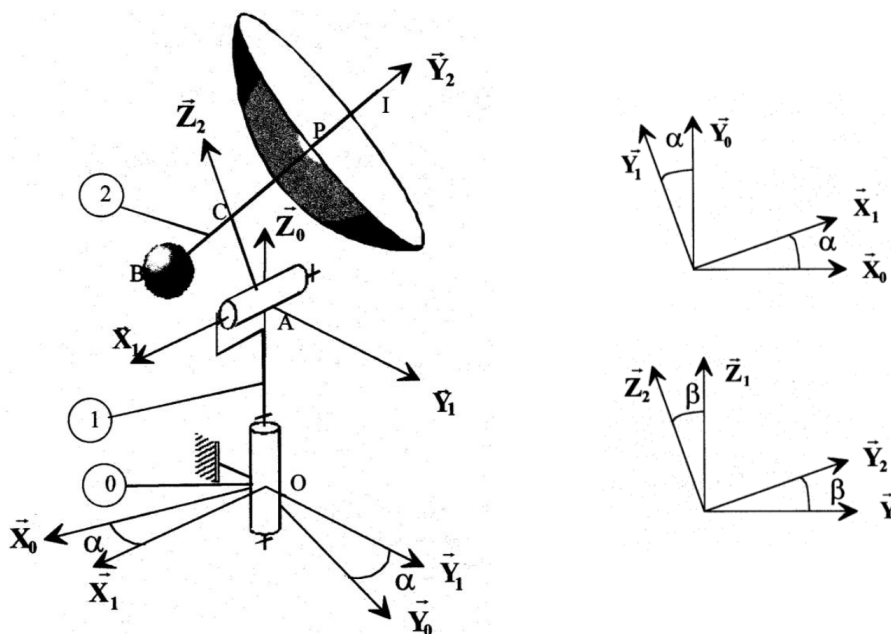
L'antenne balaye l'atmosphère suivant deux axes de rotation : une rotation d'axe vertical permet de définir la position « azimuth » et une rotation d'axe horizontal qui règle la position « site ».

### 1.3 Fonction : suivi de pilotage du site

#### Objectif

L'objectif de ce sujet est de déterminer les paramètres intervenant dans le pilotage de l'axe de rotation du site.

Pour cette étude, on utilisera les paramètres présentés sur la modélisation du radar ci-dessous :



Pour simplifier l'étude, le radar est modélisé par trois éléments : le piédestal **0**, l'arbre de rotation azimuth **1** et l'émetteur-récepteur noté **2** comprenant la parabole fixée sur l'axe  $(IB)$ . Une masse **3** fixée sur **2** en  $B$  assure le rôle de contrepoids. L'arbre **1** est en rotation par rapport au piédestal **0**, l'angle azimuth est noté  $\alpha$ . L'émetteur-récepteur **2** est en rotation par rapport à l'arbre **1**, l'angle site est  $\beta$ .

## 2 Données

### 2.1 Données géométriques

- Trois repères distincts :  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$
- La géométrie du radar donne :  $OA = h$ ,  $AC = CP = a$  et  $BC = b$

### 2.2 Données cinétiques

- Masse de la pièce **3** supposée ponctuelle en  $B$  :  $M_3$
- Masse de la parabole :  $M_p$

- Position du centre de la parabole :  $\vec{IP} = -i.y_2^2$

### 2.3 Données mécaniques

- Couple du moteur de pilotage de l'axe site  $\{\mathcal{T}_{ms \rightarrow 2}\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & C_{ms} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ A \qquad \qquad \qquad (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) \end{matrix}$
- Couple du moteur de pilotage de l'axe azimuth  $\{\mathcal{T}_{ma \rightarrow 1}\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_{ma} \end{pmatrix} \\ O \qquad \qquad \qquad (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \end{matrix}$
- Force du vent  $\vec{F}_v = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_y \cdot V_y^2 \cdot \vec{y}_0$  et sera notée pour les calculs  $\vec{F}_v = -F_v \cdot \vec{y}_0$ . On suppose l'action appliquée au point  $P$  :
  - $\rho$  : masse volumique de l'air,
  - $S$  : surface projetée de la parabole suivant l'axe  $\vec{y}_0$
  - $C_y$  : coefficient de pénétration dans l'air suivant l'axe  $\vec{y}_0$
  - $V_y$  : vitesse du vent suivant l'axe  $\vec{y}_0$

## 3 Travail demandé

Pour cette étude, l'angle des azimuts est nul  $\alpha = 0$ ,  $\beta$  constante et seules les masses de la parabole ( $M_p$ ) et la masse de **3** ( $M_3$ ) sont prises en compte. Toutes les autres masses sont négligées.

Comme  $\alpha = 0$ , on a :  $R_0 = R_1$ .

La parabole est soumise à l'action du vent  $\vec{F}_v$  définie. La liaison entre la pièce **2** et l'arbre **1** est une liaison pivot. Le pilotage de la rotation de l'angle de site  $\beta$  est obtenu par un moteur dont le couple est  $C_{ms}$ .

**Question 1** Tracer le graphe de structure en précisant les actions mécaniques extérieures et le nombre d'inconnues de chaque liaison.

**Question 2** Donner la forme du torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison pivot de l'arbre **1** sur l'émetteur-récepteur **2**.

**Question 3** Exprimer les actions mécaniques de pesanteur et l'action du vent sur la parabole sous la forme de torseur.

**Question 4** Calculer les quatre torseurs précédents au point  $A$ .

**Question 5** En appliquant le principe fondamental de la statique à l'émetteur-récepteur **2** + Masse **3**, calculer le couple  $C_{ms}$  et les actions mécaniques transmises par la liaison pivot.

L'émetteur-récepteur **2** est équilibré en modifiant la masse  $M_3$  du contrepooids **3** pour obtenir un couple  $C_{ms}$  nul pour  $\beta = 0$ . L'équilibrage est obtenu par vent nul ; l'action  $\vec{F}_v$  est nulle.

**Question 6** Calculer la masse  $M_3$  pour obtenir l'équilibrage de l'émetteur-récepteur **2**.

L'émetteur-récepteur **2** est équilibré. En utilisant l'expression trouvée dans la question précédente, et en considérant toujours  $\vec{F}_v = \vec{0}$ .

**Question 7** Simplifier l'expression du couple  $C_{ms}$ .

**Question 8** Tracer l'évolution du couple pour un angle  $\beta \in [0, \pi/4]$

**Question 9** Quelle est la modification géométrique du radar qui permettrait d'obtenir un équilibrage pour tout angle  $\beta$  ?