

CINÉMATIQUE

TD

Réf. Programme: S411 - Solide indéformable, lois de mouvement
Compétences visées: B2-06, B2-07, C2-12, E1-02

v1.1

Lycée Richelieu - 64, rue Georges Sand - 92500 Rueil-Malmaison - Académie de Versailles

Lois d'entrée-sortie

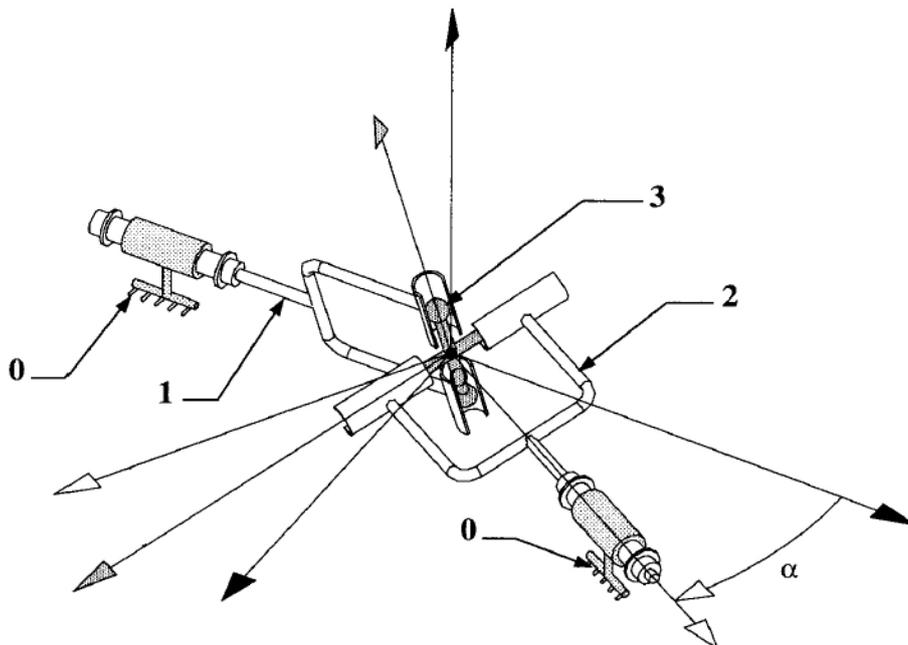
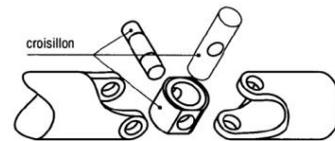
JOINT DE CARDAN

1 Présentation

Le joint dit de CARDAN permet de transmettre une puissance entre deux arbres concourants (angle de brisure $\alpha < 45^\circ$).

Son schéma cinématique est donné ci-contre.

L'arbre d'entrée **1** est relié à l'arbre de sortie **2** par un croisillon **3** dont les deux directions caractéristiques sont perpendiculaires entre-elles.



Objectif

Quelle est la loi « entrée-sortie » d'un joint de cardan ? Le joint est-il homocinétique ?

2 Travail demandé

Question 1 Établir le graphe de liaison du système.

Question 2 Compléter le paramétrage du mécanisme en définissant les repères intermédiaires nécessaires. Réaliser les différentes figures planes.

Question 3 Déterminer la loi « entrée-sortie » reliant $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$. Pour cela, on remarquera que les directions caractéristiques du croisillon sont toujours perpendiculaires.



Rappels mathématiques

$$\tan' x = 1 + \tan^2 x$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \quad \text{et} \quad 1 + \tan^2 \theta_1 = \frac{1}{\cos^2 \theta_1}$$

Question 4 Déterminer cette loi « entrée-sortie » entre les vitesses angulaires $\dot{\theta}_1(t)$ et $\dot{\theta}_2(t)$ en fonction de $\theta_1(t)$ par dérivation de la relation précédente.

Question 5 Mettre la relation précédente sous la forme du rapport :

$$\rho(t) = \frac{\dot{\theta}_2(t)}{\dot{\theta}_1(t)} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \theta_1(t) \cdot \sin^2 \alpha}$$

On montre que lorsque α est petit, on obtient une valeur proche de ce rapport avec :

$$\rho(t) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \cos(2\theta_1(t))$$

Question 6 Représenter graphiquement les valeurs prises par la fonction ρ lorsque θ_1 décrit l'intervalle $[0, \pi]$, pour $\alpha = 0$, $\alpha = 10^\circ$ et $\alpha = 20^\circ$, et observer comment varient les vitesses angulaires l'une par rapport à l'autre.

Question 7 Le système est-il homocinétique ? (est-ce que l'arbre de sortie tourne toujours à la même vitesse que l'arbre d'entrée)

Question 8 Proposer une solution pour avoir un système homocinétique.